

ANÁLISE DE ERROS EM POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO: UMA INVESTIGAÇÃO DOS INVARIANTES OPERATÓRIOS NO CONTEXTO DO PIBID

OTTO GERMANO BLANK¹; LARA DILELIO ALVES²; LAILA VALÉRIO CONSTANTINO³; SUELEN VASCONCELOS⁴; DENISE NASCIMENTO SILVEIRA⁵;

RITA DE CÁSSIA DE SOUZA SOARES RAMOS⁶:

¹*Universidade Federal de Pelotas – protoman1234@hotmail.com*

²*Universidade Federal de Pelotas – laradilelio@hotmail.com*

³*Universidade Federal de Pelotas – lailacons@gmail.com*

⁴*Universidade Federal de Pelotas – suelen_vas@hotmail.com*

⁵*Universidade Federal de Pelotas – silveiradenisse13@gmail.com*

⁶*Universidade Federal de Pelotas – rita.ramos@ufpel.edu.br*

1. INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática frequentemente revela desafios para alunos e professores (SASSERON, 2011), especialmente na superação de práticas tradicionais em tópicos que servem de alicerce para conhecimentos mais complexos, como a potenciação e a radiciação. No contexto do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), que busca articular teoria e prática na formação de professores, a observação das dificuldades dos alunos em sala de aula torna-se um ponto de partida para uma prática pedagógica mais reflexiva.

Nessa perspectiva, a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud oferece um extenso referencial teórico para compreender o processo de conceitualização dos alunos (VERGNAUD, 1990). MOREIRA (2002) destaca que, para Vergnaud, o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização. Esse processo ocorre dentro de campos conceituais, definidos como um vasto conjunto de situações, problemas, conceitos e representações simbólicas interligadas. A chave para entender o desenvolvimento cognitivo está na análise da ação do sujeito em diferentes situações, pois, como afirma VERGNAUD (1993), é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido. Essa ação do sujeito é organizada por esquemas, sendo a "organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada" (VERGNAUD, 1993, p. 2). O núcleo de um esquema é composto por invariantes operatórios: os conceitos-em-ação (C-e-A), vistos como as categorias pertinentes, e os teoremas-em-ação (T-e-A), que são as proposições consideradas verdadeiras (VERGNAUD, 1998).

A análise dos erros sob esta ótica permite, ainda, uma conexão com o conceito de obstáculo epistemológico. Para BACHELARD (1996), o conhecimento prévio, que já foi útil em contextos mais simples, pode se tornar uma barreira para a aquisição de um saber novo e mais complexo. Nesse sentido, os teoremas-em-ação falsos funcionam como verdadeiros obstáculos epistemológicos: são esquemas que foram eficazes para os alunos no campo conceitual aditivo, mas que agora, ao serem generalizados indevidamente para o campo multiplicativo, impedem a correta conceitualização da potenciação. Os erros sistemáticos, portanto, não são aleatórios, revelando-se como a expressão desses invariantes que agora se tornaram obstáculos.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é analisar, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, os erros apresentados por alunos do Ensino Médio em uma oficina sobre potenciação, radiciação e notação científica, buscando identificar os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação que sustentam seus procedimentos.

2. ATIVIDADES REALIZADAS

Desenvolvida no âmbito do subprojeto de Matemática do PIBID, a presente pesquisa parte de uma oficina focada no estudo de potenciação, radiciação e notação científica. A intervenção foi aplicada a duas turmas de 1º ano do Ensino Médio da E.E.E.M. Nossa Senhora de Lourdes, localizada no centro de Pelotas/RS, sendo estruturada sob uma metodologia de rotação por estações, na qual os alunos, divididos em grupos, circulavam por diferentes atividades, onde os alunos possuíam um tempo determinado para discutir e resolver, colaborativamente, os exercícios propostos. A dinâmica consistia em três estações principais: uma com cartas de exercícios sobre os tópicos; outra com jogos de quebra-cabeça e memória; e uma terceira com um tabuleiro e questões de "verdadeiro ou falso" sobre propriedades de radiciação. Havia, ainda, uma quarta estação dinâmica com um quiz na plataforma *Kahoot*¹, para a qual os alunos utilizavam seus smartphones. O material de apoio incluiu slides para a apresentação das regras, além dos jogos, cartas, tabuleiros e folhas de recorte utilizados em cada estação.



Figura 1 – Alunos participando da oficina em rotação de grupos.

Para a coleta de dados, os alunos foram orientados, no início da oficina, a registrar em folhas de rascunho todo o desenvolvimento dos cálculos ou a descrever o raciocínio utilizado para chegar às respostas. Essas resoluções escritas, juntamente com observações do pesquisador sobre a dinâmica de interação dos grupos, constituíram o material para a análise qualitativa.

A fundamentação metodológica para a análise dos erros baseou-se no referencial da Teoria dos Campos Conceituais, seguindo uma abordagem similar à de estudos como o de LAUTERT; SPINILLO (2012). Para cada erro sistemático identificado, buscou-se inferir o conceito-em-ação e o teorema-em-ação que guiaram o raciocínio do aluno. Para subsidiar este processo, os autores do presente trabalho sistematizaram, com base nas propriedades matemáticas, os

¹ Kahoot é uma plataforma para criação e compartilhamento de jogos pedagógicos, como, por exemplo, os quizzes.

principais invariantes operatórios do campo conceitual em estudo, um passo fundamental para compreender a lógica por trás de cada erro.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das resoluções dos alunos revelou a existência de diversos teoremas-em-ação (T-em-A) falsos e a ausência de conceitos-em-ação (C-em-A) essenciais. Um dos principais resultados obtidos foi a constatação de que muitos erros sistemáticos ocorrem quando os alunos aplicam esquemas de campos conceituais mais simples, como o aditivo, a situações que pertencem ao campo multiplicativo. Por exemplo, como ilustrado na Figura 2, ao calcular 8^2 , o aluno A respondeu 16. Este procedimento demonstra a mobilização do T-e-A falso $a^n = axn$ e a não ativação do C-e-A de multiplicação iterada. Tal erro evidencia que a ruptura conceitual necessária para transitar das estruturas aditivas para as multiplicativas — um ponto central na obra de VERGNAUD (1983) — ainda não foi consolidada por esse estudante.

A handwritten mathematical equation on lined paper. On the left, there is a large '8' with a small '2' written above it, followed by an equals sign and the number '16'. The handwriting is somewhat messy and appears to be a quick calculation.

Figura 2 – Resolução que confunde potenciação com multiplicação.

Outro procedimento recorrente nos registros foi a aplicação indevida de propriedades, como no caso do aluno B, que, conforme a Figura 3, calculou $2^0 + 3^2$ somando as bases para obter 5². Esta resolução revela a ausência do C-e-A de hierarquia das operações e a aplicação de um T-e-A falso análogo à distributividade da soma, mas sobre as bases da potenciação.

A handwritten mathematical equation on lined paper. It shows '2^0 + 3^2' with a plus sign between the two terms. Below the equation, the student has written '5^2' with a squiggle underneath it, indicating they added the exponents of 2 and 3 together instead of calculating each term separately.

Figura 3 – Resolução que ignora a hierarquia das operações e soma as bases.

As implicações destes resultados para a prática docente são diretas, revelando que a simples exposição de regras e propriedades é insuficiente para uma conceitualização efetiva. A dinâmica colaborativa em grupo, embora positiva para o engajamento, mostrou-se um desafio, pois não foi suficiente para desestabilizar esses teoremas-em-ação profundamente enraizados. Evidencia-se, portanto, que a aprendizagem é um processo de reestruturação conceitual individual que pode ser mediado, mas não substituído, pela interação social.

Como sugestão para futuras investigações, propõe-se o planejamento de sequências didáticas com base nos pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988; ALMOULLOUD, 2007). Essa abordagem se dedica à concepção de situações-problema que visam desestabilizar deliberadamente os T-e-A falsos dos alunos. Para colocar em xeque o T-e-A $a^n = a \times n$ em conflito, por exemplo, pode-se propor uma situação que peça aos alunos para comparar o resultado de 2^{10} (calculado erroneamente como 20) com o crescimento de uma população de bactérias que dobra a cada hora. Ao calcular os primeiros termos (2, 4, 8, 16, 32...), o aluno perceberia que o resultado ultrapassa 20 rapidamente, revelando a insuficiência de seu esquema mental e promovendo a reacomodação conceitual prevista por Vergnaud.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMOULLOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. Os princípios invariantes da divisão como foco de um estudo de intervenção com crianças. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., Petrópolis, 2012. **Anais...** Petrópolis, 2012. p. 4-7.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.
- SASSERON, L. H. O ensino por investigação: pressupostos e práticas. In: **Fundamentos Teórico-Metodológico para o Ensino de Ciências: a Sala de Aula**. [S.I]: USP/UNIVESP, 2011, p. 117-124.
- VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, Amsterdam, v. 17, n. 2, p. 167-181, 1998.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.
- VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press Inc., 1983. p. 127-174.
- VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., Rio de Janeiro, 1993. **Anais...** Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26.