

UMA INTRODUÇÃO À ESTRELAS COMPACTAS FORMADAS POR MATÉRIA ESCURA

GUSTAVO ADOLFO SCHWANTZ OLIVEIRA¹;
VICTOR PAULO BARROS GONÇALVES²

¹Universidade Federal de Pelotas – gustavoschwantz1994@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – victorpbpg@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A **matéria escura**, que constitui cerca de 85% da massa do universo (NASA, 2024), é uma substância invisível, que não absorve, emite ou dispersa luz em comprimento de onda algum (RYDEN, 2016), e cuja a existência é indicada pela sua influência gravitacional na matéria visível. Assumindo que a matéria do universo seja majoritariamente escura, podemos considerar a hipótese da existência de **estrelas escuras**, que são objetos compactos (por exemplo, uma estrela de nêutrons) que têm matéria escura misturada à sua matéria visível (BARBAT; SCHAFFNER-BIELICH; TOLOS, 2024) ou que são formados unicamente por matéria escura (NARAIN; SCHAFFNER-BIELICH; MISHUSTIN, 2006). Para descrever a estrutura de tais objetos precisamos lançar mão da relatividade geral (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983), que nos fornece as equações de **Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)**,

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \left(1 + \frac{p}{\rho}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 p}{M}\right) \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}, \quad (1)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (2)$$

onde p e ρ são a pressão e densidade de energia, respectivamente, e fizemos $c = 1$. Para resolver a TOV, precisamos ainda de uma equação de estado que relaciona p e ρ . Se a matéria escura é composta por férmions, esta equação pode ser descrita pelas expressões

$$\rho = \frac{m_f^4}{8\pi^2} [(2z^3 + z)(1+z^2)^{1/2} - \text{arsinh}(z)] + m_f^4 \left(\frac{1}{3\pi^2}\right)^2 y^2 z^6 \quad (3)$$

e

$$p = \frac{m_f^4}{24\pi^2} [(2z^3 - 3z)(1+z^2)^{1/2} + 3\text{arsinh}(z)] + m_f^4 \left(\frac{1}{3\pi^2}\right)^2 y^2 z^6, \quad (4)$$

onde m_f é a massa do férmion, $z = k_F/m_f$, sendo k_F o momento de Fermi, e y é a força de interação entre as partículas. O objetivo deste trabalho é apresentar as soluções da TOV para estrelas escuras, assumindo que a matéria escura que as compõe seja fermiônica. Neste resumo, serão expostos apenas os resultados para estrelas constituídas inteiramente de matéria escura, considerando dois cenários: um em que não há interação entre os férmions ($y = 0$), e outro no qual existe uma força de interação entre estas partículas ($y > 0$).

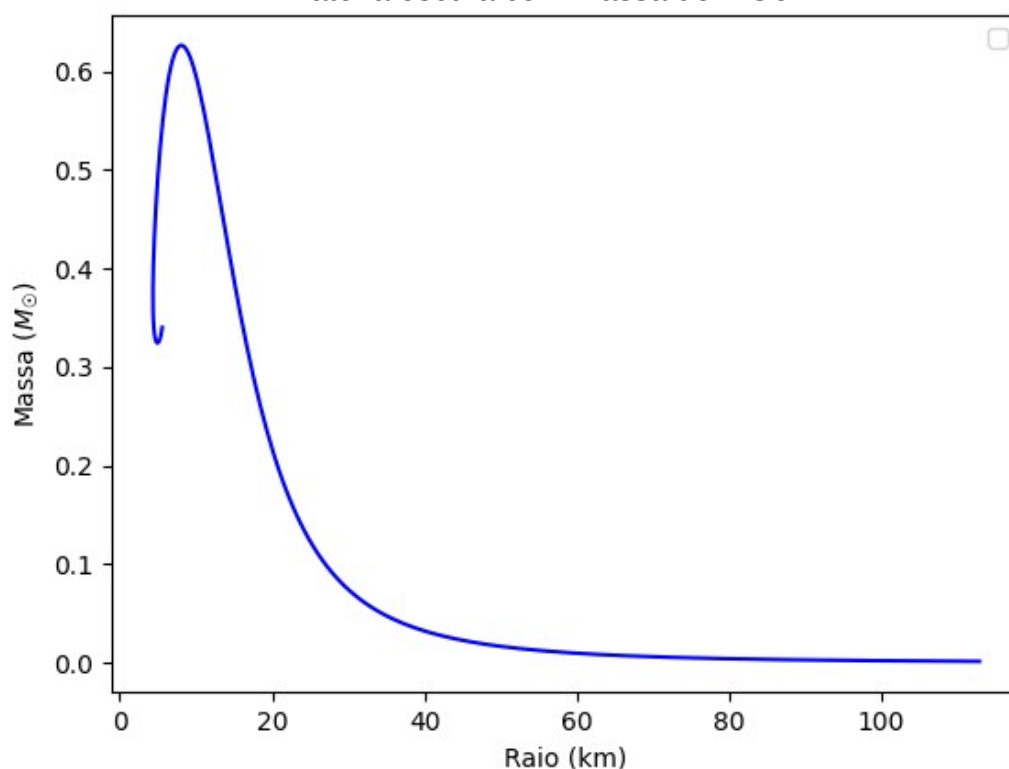
2. METODOLOGIA

Este trabalho foi constituído de uma revisão bibliográfica, para delineamento do problema a ser abordado e construção da sua fundamentação teórica, e de simulações computacionais, para a obtenção dos resultados. O estudo da parte teórica envolveu a leitura de artigos científicos e livros-texto de áreas como física de partículas, astrofísica e cosmologia. As simulações para resolver as equações (1) e (2) numericamente foram feitas usando-se a linguagem de programação *Python*, e as soluções obtidas organizadas em gráficos de relação massa-raio ($M \times R$), que apresentam as configurações estáveis para estrelas escuras.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao considerar o caso em que não há interação entre as partículas que compõem a matéria escura fermiônica ($y = 0$), precisamos usar a equação de estado dada em forma paramétrica pelas expressões (3) e (4) na resolução das equações TOV (1) e (2). Quando consideramos férmions com uma massa de 1 GeV (similar à do nêutron), a relação $M \times R$ que obtivemos é a mostrada na Figura 1. Ao analisar a curva na Figura 1, vemos que estrelas mais massivas têm raios menores, enquanto que estrelas menos massivas possuem raios maiores. Isso pode ser explicado em termos da densidade central, pois quando esta é alta, a sua massa também é, e a força gravitacional direcionada para o centro da estrela é maior, fazendo com que tenhamos um raio reduzido. À medida que a densidade vai diminuindo, a massa diminui, diminuindo o puxão gravitacional e permitindo configurações com raios maiores. Uma massa máxima é atingida para $M_{\text{máx}} = 0,627 M_{\odot}$ num raio $R_{\text{mín}} = 8,09$ km. Configurações à direita do máximo são estáveis, enquanto que configurações à esquerda são instáveis.

Figura 1 - Relação $M \times R$ obtida resolvendo-se a TOV numericamente, para matéria escura com massa de 1 GeV.



Fonte: O autor.

Se resolvermos a TOV para outras massas fermiônicas, as curvas $M \times R$ obtidas devem ter o mesmo formato da apresentada na Figura 1, mudando apenas a escala da curva. As massas máximas e raios mínimos para outras massas de férmions encontram-se listados na Tabela 1. Importante destacar que os valores encontrados para um férmion com massa de 1 GeV estão próximos aos encontrados para estrelas de nêutrons. Repare que a medida que as massas dos férmions vão diminuindo, as massas máximas e raios mínimos vão aumentando. Ou seja, quanto menor a massa do férmion que compõe a matéria escura, maior a estrela formada. Uma possível explicação para isso é que estrelas escuras formadas por férmions de menor massa possuem uma menor densidade, então a força gravitacional direcionada para centro da estrela é menor, permitindo que esta tenha um raio maior.

Tabela 1 - Massas máximas e raios mínimos para diferentes tipos de objetos compactos compostos por férmions livres.

m_f	$M_{\text{máx}} (M_{\odot})$	$R_{\text{mín}}$	Comentário
100 GeV	10^{-4}	1 m	10x a massa de Júpiter.
1 GeV	1	10 km	Estrelas de nêutrons.
10 keV	10^{10}	10^{11} km	Raio de 1 ano-luz.
1 keV	10^{12}	10^{13} km	Massa da Via Láctea.
1 eV	10^{18}	10^{19} km	Maior que a Via Láctea.
0,01 eV	10^{22}	10^{23} km	Massa e raio do universo.

Fonte: o autor.

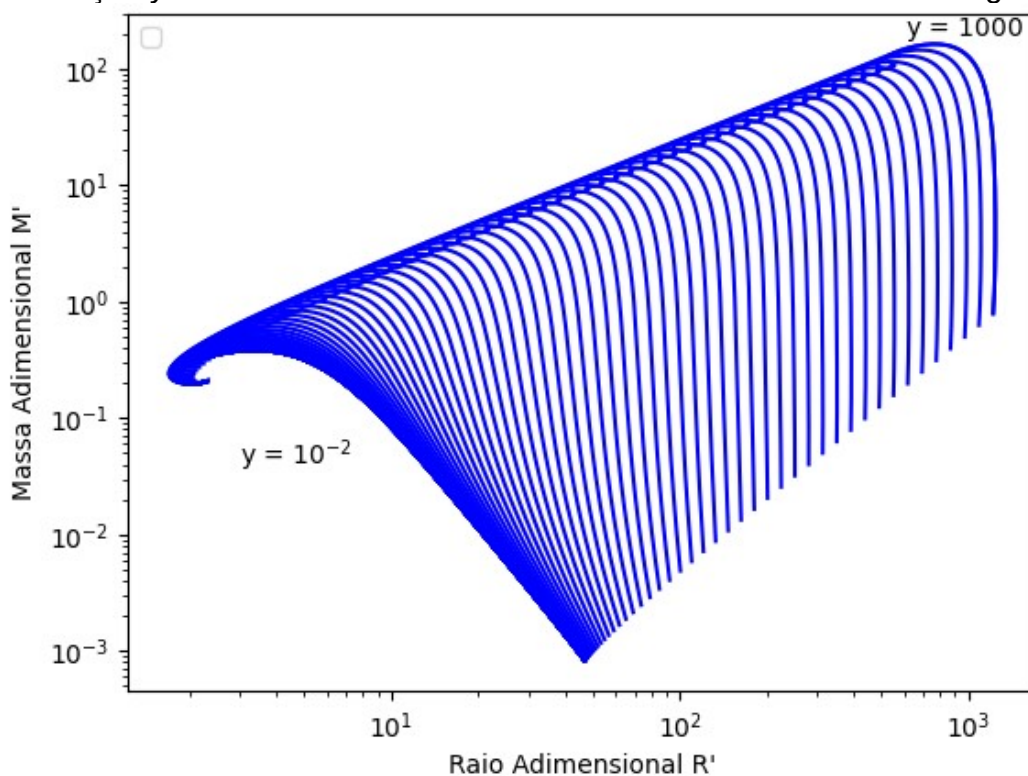
Também consideramos o cenário em que há algum tipo de interação entre as partículas que constituem a matéria escura ($y > 0$). A Figura 2 apresenta as relações $M \times R$ normalizadas ($M' \times R'$) e em escala logarítmica para 100 valores diferentes de y que vão de 10^{-2} a 1000. Assim como no caso não-interagente, os gráficos $M \times R$ do caso interagente terão o mesmo formato quaisquer que sejam as massas consideradas, diferindo apenas na sua escala e permitindo assim a normalização. Na Figura 2 as curvas $M' \times R'$ são deslocadas na direção de massas e raios maiores (parte superior direita do gráfico) a medida que o acoplamento y aumenta. Em especial, as massas máximas e os respectivos raios mínimos parecem seguir um padrão de crescimento quando os férmions interagem fortemente. Para valores pequenos de y , as curvas ficam muito próximas umas das outras e assumem um formato próximo ao do caso não-interagente. Nesses casos, onde $y \ll 1$, o termo de interação das equações (3) e (4) pode ser desprezado, pois a equação de estado é dominada pelo termo associado ao gás livre, o que resulta em curvas $M' \times R'$ praticamente iguais ao do caso não-interagente.

4. CONCLUSÕES

Este resumo apresentou as soluções da TOV para estrelas escuras constituídas apenas por matéria escura, assumindo que esta seja composta por férmions. Foram considerados os casos em não há interação entre estas partículas e o que há uma força de interação entre elas. Como este é um trabalho de pós-graduação em fase inicial, apenas os resultados para objetos formados unicamente

por matéria escura foram apresentados aqui. O próximo passo da pesquisa será estudar as estrelas escuras compostas tanto por matéria escura quanto que por matéria visível.

Figura 2 - Relação $M \times R$ adimensional para diferentes valores de força de interação y . Os eixos horizontal e vertical encontram-se em escala logarítmica.



Fonte: o autor.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RYDEN, Barbara. **Introduction to Cosmology**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2016.

BARBAT, Mikel F.; SCHAFFNER-BIELICH, Jürgen; TOLOS, Laura. Comprehensive study of compact stars with dark matter. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 110, n. 2, jul. 2024.

NARAIN, GAURAV; SCHAFFNER-BIELICH, JÜRGEN; MISHUSTIN, IGOR N. Compact stars made of fermionic dark matter. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 74, n. 6, set. 2006.

NASA. **The Universe's Building Blocks**. 2024. Acessado em 28 ago. 2025. Online. Disponível em: <https://science.nasa.gov/universe/overview/building-blocks>

SHAPIRO, STUART L.; TEUKOLSKY, SAUL A. **Black holes, white dwarfs and neutron stars. The physics of compact objects**. Weinheim: WILEY-VCH, 1983.