

## INFLUÊNCIA DA (IN)COMPRESSIBILIDADE NUCLEAR NA ESTRUTURA DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

MIGUEL LIMA DA SILVA<sup>1</sup>; RAFAEL CAVAGNOLI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pelotas – [miguellima18x@gmail.com](mailto:miguellima18x@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Pelotas – [rafael.cavagnoli@ufpel.edu.br](mailto:rafael.cavagnoli@ufpel.edu.br)

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo da evolução estelar ocupa um papel importante na astrofísica moderna, pois permite compreender a formação, a vida e o destino das estrelas, revelando os mecanismos físicos que regem o equilíbrio e a estabilidade da matéria sob condições extremas. As estrelas nascem em regiões com concentração de gás e poeira conhecidas como nebulosas. Nessas regiões, instabilidades gravitacionais provocam o colapso do material, aumentando a densidade e a temperatura na parte central da nebulosa. Quando a temperatura atinge valores suficientes para iniciar reações de fusão nuclear, nasce uma estrela, e o objeto entra na fase conhecida como sequência principal, caracterizada pelo equilíbrio hidrostático entre a pressão da radiação, resultante da fusão nuclear, e a atração gravitacional (HORVATH; BRETONES; BANDECCHI, 2019).

Ao longo de enormes intervalos de tempo, dependendo da massa inicial, a estrela evolui de maneira diferente, passando por fases em seu ciclo evolucionário como gigante vermelha ou supergigante, por exemplo. Ao se esgotar o combustível nuclear, para estrelas de alta massa inicial, a evolução culmina em eventos cataclísmicos como supernovas, que podem dar origem a objetos compactos, como por exemplo: anãs brancas, estrelas de nêutrons ou buracos negros, cuja natureza depende diretamente da massa da progenitora (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983).

As estrelas de nêutrons em especial representam um estado da matéria em que a densidade nuclear é ultrapassada, isto é, nestes tipos de objetos compactos as densidades são superiores à densidade de saturação da matéria nuclear. Para comparação, são densidades muito maiores do que a encontrada nos núcleos de chumbo. Nessas condições, a descrição do equilíbrio interno requer além da Física Nuclear, o uso do ferramental da Relatividade Geral, pois a intensidade do campo gravitacional torna inviável o uso da Física newtoniana.

Para determinar a estrutura interna de tais estrelas, parte-se da equação de equilíbrio hidrostático clássica, obtida da formulação newtoniana a fim de compreender os princípios básicos, e avança-se para sua generalização relativística, a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939). Esta equação de estrutura conecta a Astrofísica com a Física Nuclear, pois a TOV necessita de Equações de Estado (EoS) que são obtidas através de considerações da Física Nuclear, visto que estrelas de nêutrons necessitam da força nuclear forte em sua descrição, diferentemente de anãs brancas ou estrelas análogas ao Sol.

O presente trabalho investiga a estrutura de estrelas de nêutrons usando EoS simplificadas, e ainda desconsiderando efeitos de rotação. Para isso, combinou-se a solução numérica da EoS para fermions degenerados relativísticos com a solução da TOV. As EoS adotadas possuem uma forma analítica dependente da

(in)compressibilidade nuclear ( $K$ ), a qual desempenha um papel importante na determinação da rigidez da matéria em altas densidades. Os resultados numéricos obtidos permitem analisar como diferentes valores de  $K$  influenciam o equilíbrio estelar, resultando em curvas de massa em função do raio e de pressão em função da densidade de partícula. Tais relações evidenciam o impacto direto das EoS sobre as propriedades das estrelas e fornecem subsídios para discutir os limites de estabilidade previstos para estrelas de nêutrons.

## 2. METODOLOGIA

O ponto de partida para a modelagem de uma estrela em equilíbrio hidrostático é a equação newtoniana  $dP/dr = -G m(r) \rho(r)/r^2$ , onde  $P(r)$  é a pressão,  $\rho(r)$  a densidade de massa,  $m(r)$  a massa contida em um raio  $r$  e  $G$  a constante gravitacional. Esta equação expressa o balanço entre a força gravitacional, que tende a colapsar a estrela, e o gradiente de pressão, que se opõe ao colapso.

Em condições de altas densidades, como no interior de estrelas de nêutrons, essa formulação torna-se insuficiente, sendo necessário recorrer à descrição relativística. Nesse caso, a densidade de massa  $\rho(r)$  é substituída pela densidade de energia  $\varepsilon(r)$ , por considerações relativísticas temos que  $\varepsilon(r) = \rho(r) c^2$ , onde  $c$  é a velocidade da luz. Portanto, no regime relativístico, em primeira aproximação, a equação obtida, TOV, é derivada a partir das equações de campo de Einstein para uma métrica estática, esfericamente simétrica e composta por um fluido perfeito, tal que:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G \varepsilon(r) m(r)}{r^2} \left[ 1 + \frac{P(r)}{\varepsilon(r)} \right] \left[ 1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)c^2} \right] \left[ 1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2} \right]^{-1}, \quad (1)$$

acompanhada da equação de conservação da massa:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r). \quad (2)$$

Para que esse sistema seja resolvido numericamente, é necessário estabelecer uma relação entre a pressão e a densidade de energia, fornecida pelas EoS. No presente trabalho usamos uma forma simples para a densidade de energia da matéria nuclear (STOKER; GREINER, 1986) em função da (in)compressibilidade  $K$ , energia de simetria  $W_{sym}$  e da energia de ligação nuclear  $W_0$ , considerando um sistema fermiônico degenerado (em termos nucleares  $T \approx 0$ ), tal que:

$$\varepsilon(n_B) = n_B \left[ \frac{K}{18} \frac{(n_B - n_0)^2}{n_0^2} + W_0 + W_{sym} + m_n \right], \quad (3)$$

onde  $W_0 = -16$  MeV,  $n_0 = 0.153 \text{ fm}^{-3}$  a densidade de saturação nuclear,  $W_{sym} = 32$  MeV,  $m_n = 939$  MeV a massa dos nucleons (prótons e nêutrons). Uma vez conhecida a densidade de energia, a pressão é obtida por:

$$P(n_B) = n_B \frac{\partial \varepsilon(n_B)}{\partial n_B} - \varepsilon(n_B). \quad (4)$$

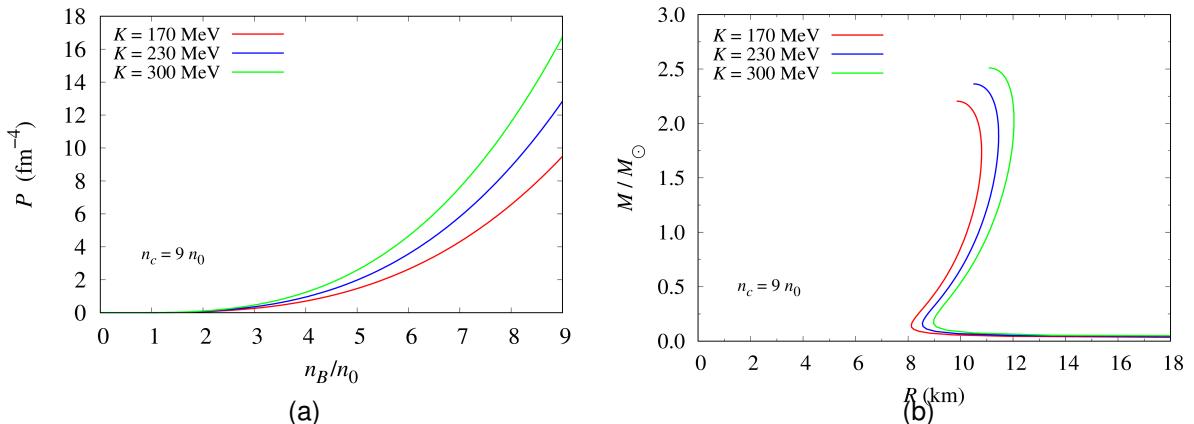
As equações de estado são dadas por  $(n_B, \varepsilon, P)$  e foram implementadas numericamente pois constituem a entrada para a TOV, resolvida por integração numérica a partir de uma densidade central  $n_c$  escolhida,  $n_c = 9 n_B$  para  $r = 0$ , onde a pressão central é máxima  $P(r = 0) = P_c$ . O processo numérico é interrompido no ponto em que a pressão se anula  $P(r = R) = 0$ , caracterizando a superfície da estrela de raio  $R$ . Repetindo-se esse procedimento para diferentes valores de  $K$ , constroem-se as curvas para as EoS e através da TOV obtém-se as curvas massa-raio que mostram possíveis famílias de estrelas para a EoS, e permitem analisar a influência da rigidez da matéria nuclear sobre a estrutura estelar.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos a partir da integração da TOV através das EoS implementadas, permitem analisar a dependência das propriedades estelares com a incompressibilidade nuclear.

A Figura 1 (a) apresenta a relação entre a pressão  $P$  e a densidade nuclear ou bariônica  $n_B$ , exemplificando o comportamento das EoS. Observa-se que, para densidades acima da saturação nuclear ( $n_B > n_0$ ), as curvas se separam de forma significativa, refletindo a dependência explícita da pressão com a (in)compressibilidade da matéria nuclear. Para uma mesma densidade, a matéria com maior  $K$  suporta maiores pressões.

**Figura 1:** gráficos para densidade central  $n_c = 9 n_0$ . (a) pressão  $P$  em função da densidade bariônica  $n_B$  para diferentes valores de  $K$ . (b) Massa em função do raio, famílias de estrelas possíveis para cada EoS com diferentes valores de  $K$ .



Fonte: Autor (2025).

Por sua vez na Figura 1 (b), observamos a relação entre a massa da estrela de nêutrons  $M$ , normalizada pela massa solar ( $M_\odot$ ), e o raio estelar  $R$ , para diferentes valores de  $K$ . O comportamento segue o padrão típico de sequências de estrelas de nêutrons: para baixas densidades centrais, a massa cresce à medida que a pressão de suporte aumenta, atingindo um valor máximo em torno de  $2.0 - 2.5 M_\odot$  para as EoS estudadas, verificando-se uma dependência em  $K$ . Esse limite máximo de massa é uma consequência direta dos efeitos relativísticos e evidencia a importância da Relatividade Geral na descrição correta do equilíbrio estelar (LAZZARI, 2019). Além disso, nota-se que valores maiores de  $K$  correspondem a es-

trelas com matéria menos compressível, que alcançam raios maiores para massas semelhantes, em acordo com o que se espera de uma EoS mais rígida. Dito de outra maneira, para densidades maiores, o crescimento da pressão é mais acentuado quanto maior o valor de  $K$ , o que implica em um comportamento mais rígido da matéria nuclear e, consequentemente, em estrelas com maiores raios e massas máximas. Assim, a análise conjunta das Figuras 1 (a) e (b) confirma a relação direta entre a rigidez da EoS e as propriedades macroscópicas das estrelas de nêutrons.

#### 4. CONCLUSÕES

A solução numérica da TOV, com as respectivas EoS utilizadas, dependentes da (in)compressibilidade nuclear, mostrou resultados compatíveis com o comportamento esperado para estrelas de nêutrons. As curvas  $M/M_{\odot}$  em função de  $R$  revelaram a existência de um limite máximo de massa. Por outro lado as curvas  $P$  em função de  $n_B$  confirmaram a influência direta do parâmetro  $K$  na rigidez das EoS, com influência no equilíbrio global da estrela.

O modelo desenvolvido, apesar de simples, fornece uma base para compreender a relação entre microfísica nuclear e propriedades macroscópicas de objetos compactos. Entretanto, sua formulação ainda apresenta limitações. Uma possibilidade de extensão é a inclusão de interações efetivas entre férmons, introduzindo termos de potencial que tornem a descrição das EoS mais realista. Outra perspectiva importante é a consideração da rotação estelar, mesmo em aproximações de rotação lenta, uma vez que esse efeito pode alterar significativamente os valores máximos de massa e raio. Tais considerações aproximam ainda mais os resultados teóricos das observações astrofísicas (LATTIMER, 2024).

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HORVATH, J. E.; BRETONES, P. S.; BANDECCHI, M. O equilíbrio e a estrutura estelar em uma abordagem simples: a seqüência principal. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 41, n. 4, p. e20190031, 2019.
- LATTIMER, J. M. **Stellar Collapse Project. Neutron Star Mass and Radius Data**. 2024. <<https://stellarcollapse.org/index.php/nsmasses.html>>. Acesso em: 23 ago. 2025.
- LAZZARI, L. da S. **Estrutura e estabilidade das estrelas estranhas**. 2019. <<https://pergamum.ufpel.edu.br/acervo/118723/>>. 109 f. TCC (Graduação em Física) - Instituto de Física e Matemática. Universidade Federal de Pelotas. Acesso em: 13 ago. 2025.
- OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Physical Review**, v. 55, n. 4, p. 374–381, 1939.
- SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars**. New York: Wiley, 1983.
- STOKER, H.; GREINER, W. **Physics Reports**, v. 137, n. 5-6, p. 277–392, 1986.