

MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSMISSÃO DA DENGUE: ANÁLISE DO MODELO SEIR-SEI APLICADO AO RIO GRANDE DO SUL EM 2024

ANDRIELI EBLING FANKA DA CUNHA¹; CAROLINE RODRIGUES SOARES²;
ÉMERSON ERNANDE MESQUITA RODRIGUES³; GEILSON DE ALMEIDA
SOARES⁴; CLAUDIO ZEN PETERSEN⁵; ALEXANDRE SACCO DE ATHAYDE⁶

¹Universidade Federal de Pelotas – drikaebling09@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – carolsoares07@hotmail.com

³Universidade Federal de Pelotas – emersom_pel@hotmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – geilsonsrz@gmail.com

⁵Universidade Federal de Pelotas – claudio.petersen@ufpel.edu.br

⁶Universidade Federal de Pelotas – alexandre.athayde.ufpel@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A dengue é uma arbovirose transmitida pelo *Aedes aegypti*, com quatro sorotipos em circulação no Brasil (DENV-1 a DENV-4). A infecção gera imunidade específica, mas novas exposições a sorotipos distintos podem aumentar significativamente o risco de manifestações graves da doença (RIOS, 2023). Clinicamente, apresenta-se na forma clássica, com febre e dores intensas, ou na forma grave, caracterizada por complicações hemorrágicas e risco de morte. No Brasil, a dengue constitui grave problema de saúde pública. Em 2024, registraram-se mais de 6 milhões de casos, configurando a maior epidemia de dengue da história, com o Rio Grande do Sul notificando mais de 200 mil casos e 281 óbitos confirmados (BRASIL, 2025).

Neste estudo, adota-se o modelo compartmental SEIR-SEI (Suscetíveis, Expostos, Infectados e Recuperados), proposto por Buzzo (2023), que inclui a sazonalidade vetorial e a imunidade temporária dos indivíduos recuperados. O objetivo é resolver numericamente o sistema de equações diferenciais com diferentes métodos numéricos e comparar os resultados com os dados reais do estado, avaliando a eficiência das técnicas e a adequação do modelo à realidade epidemiológica observada.

2. METODOLOGIA

A epidemiologia matemática utiliza ferramentas matemáticas, especialmente equações diferenciais, para estudar a propagação de doenças infecciosas. Dentre os principais instrumentos estão os modelos compartmentais, que dividem a população conforme o estágio da infecção. O modelo SIR considera indivíduos suscetíveis (S), infectados (I) e removidos (R) (KERMACK; MCKENDRICK, 1927), enquanto modelos como o SEIR incluem indivíduos expostos (E), adequados para doenças com período de incubação significativo, como a dengue.

Para representar a dengue, é necessário considerar o vetor transmissor, o mosquito *Aedes aegypti*. Adota-se, portanto, um modelo acoplado SEIR-SEI, em que humanos seguem a estrutura SEIR e mosquitos a estrutura SEI, descrevendo o ciclo de transmissão entre espécies. A sazonalidade é incorporada na taxa de natalidade dos mosquitos por funções periódicas, refletindo fatores climáticos como temperatura e precipitação. O modelo segue a formulação de Buzzo (2023), com interação explícita entre humanos e vetores, descrita por um sistema de equações diferenciais ordinárias que considera infecção, incubação, recuperação,

mortalidade e perda de imunidade no lado humano, e infecção, incubação, nascimento sazonal e mortalidade constante no lado vetorial.

As equações do modelo são:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= -\frac{\beta_{vh}}{N_h(t)} S(t) M_p(t) + \lambda_h \left(1 - \frac{N_h(t)}{K_h}\right) N_h(t) + \omega R(t) - \mu_h S(t) \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \frac{\beta_{vh}}{N_h(t)} S(t) M_p(t) - \rho_h E(t) - \mu_h E(t) \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \rho_h E(t) - \delta I(t) - (\mu_d + \mu_h) I(t) \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \delta I(t) - \omega R(t) - \mu_h R(t) \\
 \frac{dM_s(t)}{dt} &= -\frac{\beta_{hv}}{N_h(t)} M_s(t) I(t) + \lambda_m (2 + \cos(\theta(t + 30))) N_m(t) \left(1 - \frac{N_m(t)}{K_m}\right) - \mu_m M_s(t) \\
 \frac{dM_e(t)}{dt} &= \frac{\beta_{hv}}{N_h(t)} M_s(t) I(t) - \rho_m M_e(t) - \mu_m M_e(t) \\
 \frac{dM_p(t)}{dt} &= \rho_m M_e(t) - \mu_m M_p(t)
 \end{aligned}$$

As simulações foram realizadas pelos métodos numéricos Euler, Runge-Kutta de 4º ordem (RK4), Predictor-Corretor: Euler + RK2 e Adams-Bashforth + Adams-Moulton (ABM4), ao longo de 365 dias, com passo diário. Os dados de casos confirmados no Rio Grande do Sul em 2024 foram obtidos pelo painel de monitoramento do Ministério da Saúde (BRASIL, 2025), utilizados para definir condições iniciais e validar os resultados do modelo. A Tabela 1 apresenta os parâmetros, e a Tabela 2 as condições iniciais utilizadas nas simulações.

Tabela 1: Parâmetros do modelo SEIR-SEI

Parâmetro	Descrição	Valor
β_{vh}	Transmissão vetor-humano	0.1
β_{hv}	Transmissão humano-vetor	0.211
λ_h	Taxa de natalidade humana	$\frac{1}{70 \cdot 365}$
μ_h	Taxa de mortalidade natural humana	$\frac{1}{70 \cdot 365}$
λ_m	Taxa média de natalidade dos mosquitos	0.08
μ_m	Taxa de mortalidade vetorial	$\frac{1}{10}$
ρ_h	Taxa de incubação humana	$\frac{1}{5}$
ρ_m	Taxa de incubação vetorial	$\frac{1}{7}$
δ	Taxa de recuperação	$\frac{1}{7}$
ω	Perda de imunidade	$\frac{1}{365}$
μ_d	Mortalidade por dengue	0.0044
K_h	Capacidade suporte humana	1.1×10^7
K_m	Capacidade suporte vetorial	5×10^7
θ	Período de sazonalidade	$\frac{2\pi}{365}$

Fonte: Buzo, 2023; Autores, 2025.

Tabela 2: Condições iniciais do modelo.

Compartimento	Valor inicial
Suscetíveis humanos: S_0	$K_h - E_0 - I_0 - R_0$
Expostos humanos: E_0	500
Infectados humanos: I_0	500
Recuperados humanos: R_0	0
Suscetíveis vetores: $M_s(0)$	$K_m - M_e - M_p$
Expostos vetores: $M_e(0)$	500
Vetores transmissores: $M_p(0)$	2500

Fonte: Autores, 2025.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados preliminares indicam que o modelo SEIR-SEI é capaz de reproduzir de forma satisfatória o comportamento do surto de dengue no estado do Rio Grande do Sul, apresentando boa aproximação em relação aos dados reais observados. A Tabela 3 apresenta o total acumulado de casos para cada método numérico, bem como os dados reais.

Tabela 3: Resumo dos resultados dos métodos numéricos e dados reais.

Método	Acumulado	Maior Pico semanal	Semana
Euler	276.263	20.199	16
RK4	290.151	21.012	16
Euler + RK2	289.984	21.001	16
AB + AM (ABM4)	290.140	21.011	16
Casos Reais	214.784	21.519	16

Fonte: Autores, 2025.

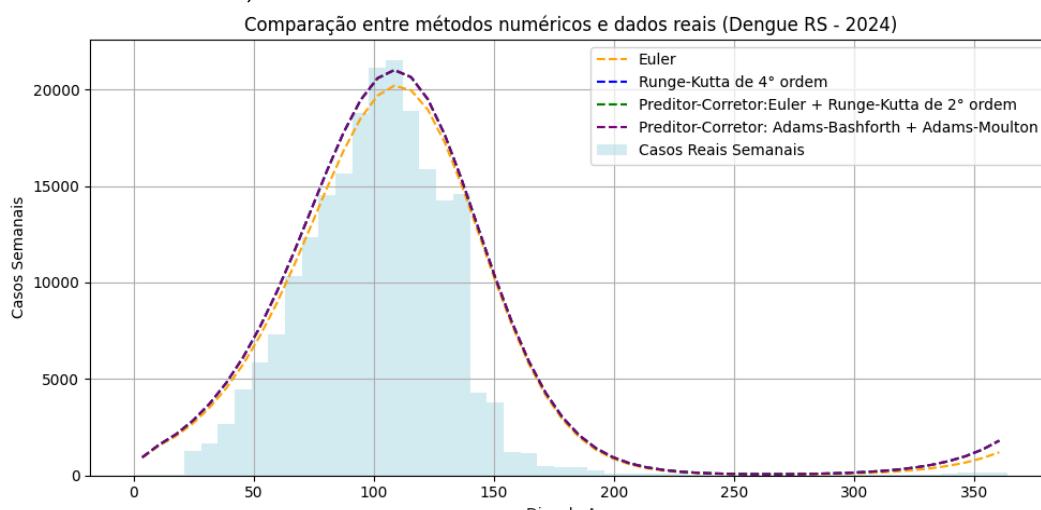


Figura 1: Comparação entre métodos numéricos e dados reais.

Fonte: Autores, 2025

O compartimento de suscetíveis apresentou o decréscimo esperado ao longo do tempo, enquanto a curva de infectados exibiu picos compatíveis com a sazonalidade vetorial (Figura 1). O método de Euler apresentou maior discrepância em relação aos demais, como esperado por ser de menor ordem. A superestimação do acumulado está relacionada a parâmetros do modelo e à ausência de fatores como subnotificação e heterogeneidade. Ainda assim, o modelo reproduz bem a dinâmica temporal da epidemia e é consistente entre os métodos numéricos.

4. CONCLUSÕES

O presente estudo demonstrou que o modelo SEIR-SEI, considerando a sazonalidade vetorial e um único sorotipo de dengue, é capaz de reproduzir de forma consistente o comportamento do surto registrado no Rio Grande do Sul em 2024. Os resultados das simulações indicam que os métodos numéricos de ordem superior, como RK4 e ABM4, fornecem estimativas mais próximas aos dados reais, enquanto métodos de primeira ordem, como Euler, apresentam maior discrepância. A análise das curvas de suscetíveis e infectados evidencia que a sazonalidade da população de mosquitos exerce papel determinante na dinâmica do surto, reforçando a importância de estratégias de controle vetorial.

Além disso, a comparação entre métodos numéricos destaca a relevância da escolha da técnica computacional para obtenção de resultados precisos e confiáveis. O trabalho encontra-se em estágio de consolidação, com perspectivas de aprimorar o modelo de forma a destacar fatores relevantes que levam à surtos da doença, de forma regionalizada considerando fatores como densidade populacional e condições climáticas, que podem influenciar significativamente a propagação da dengue. Auxiliando no desenvolvimento de estratégias de combate e mitigação de epidemias.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Saúde. ***Painel de Monitoramento das Arboviroses***. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/a/aedes-aegypti/monitoramento-das-arboviroses>. Acesso em: 21 ago. 2025.
- BUZO, L. Z.. ***Modelos compartimentais para dengue: equações diferenciais com retardo e aplicações à educação*** [recurso eletrônico]. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, SP, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/1338826>. Acesso em: 21 ago. 2025.
- KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. ***A contribution to the mathematical theory of epidemics***. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 115, n. 772, p. 700–721, 1927. DOI: 10.1098/rspa.1927.0118.
- RIOS, A. N.. ***Modelagem Temporal e Espacial da Propagação da Dengue no Brasil***. 2023. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/5/5144/tde-07052024-114310/publico/AdrianoNicolaRiosVersaoCorrigida.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2025.