

## MODELAGEM MATEMÁTICA DO CONTROLE BIOLÓGICO DE *ANASTREPHA FRATERCULUS* PELO PARASITOIDE *DORYCTOBRACON BRASILIENSIS*

Matheus Moro Moutinho<sup>1</sup>; Alexandre Molter<sup>2</sup>; Dori Edson Nava<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – [matheus.thiago.moro@gmail.com](mailto:matheus.thiago.moro@gmail.com)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – [alexandre.molter@ufpel.edu.br](mailto:alexandre.molter@ufpel.edu.br)

<sup>3</sup>EMBRAPA Clima Temperado – [dori.edson-nava@embrapa.br](mailto:dori.edson-nava@embrapa.br)

### 1. INTRODUÇÃO

A mosca-das-frutas sul-americana, *Anastrepha fraterculus* (Wiedemann, 1830) (Diptera; Tephritidae), é conhecida mundialmente por causar perdas na fruticultura. São consideradas pragas de fruteiras devido aos danos diretos e indiretos que causam à produção (ALUJA, 1994). Como praga de importância econômica, a *A. fraterculus* restringe-se aos países da América do Sul. Ataca a fruticultura, afetando a qualidade e a quantidade da produção, levando à perda de frutos e à redução do valor comercial (NAVA; BOTTON, 2010). A necessidade de buscar estratégias eficientes para o controle da mosca-das-frutas sul-americana vai além dos prejuízos econômicos diretos. Essa espécie representa um desafio persistente para a fruticultura devido à sua alta capacidade adaptativa, que lhe permite colonizar diferentes regiões e explorar uma variedade de hospedeiros.

O controle convencional dessa praga tem sido baseado no uso de inseticidas químicos, que, embora eficazes em curto prazo, trazem impactos negativos ao meio ambiente, à saúde humana e aos inimigos naturais das pragas. Nesse contexto, o controle biológico surge como uma alternativa sustentável, sendo o parasitoide *Doryctobracon brasiliensis* (Szepligeti, 1911)(Hymenoptera: Braconidae) um agente promissor devido ao seu parasitismo natural em larvas de *A. fraterculus*. *D. brasiliensis* é um parasitoide larva-pupa de moscas-das-frutas e apresenta grande potencial para uso em programas de controle biológico, visto que parasita outras espécies de *Anastrepha*, além de *A. fraterculus* (PONCIO et al., 2016). O controle biológico de pragas representa uma das estratégias mais sustentáveis para o manejo integrado na agricultura, oferecendo uma alternativa eficaz e ecologicamente equilibrada aos métodos convencionais baseados em agrotóxicos. Este tipo de controle se utiliza da liberação de inimigos naturais para controle de pragas, de maneira sustentável (PARRA, 2002).

A modelagem matemática é uma importante ferramenta para o estudo das interações ecológicas. Ela é muito utilizada no controle de pragas, permitindo a análise e previsão de dinâmicas populacionais de insetos e outros organismos considerados danosos para a agropecuária. Por meio de modelos matemáticos e suas simulações é possível entender como pragas se propagam, interagem com o ambiente e respondem a estratégias de controle ao longo do tempo. Essa abordagem não apenas otimiza o manejo integrado, mas também reduz custos e minimiza impactos ambientais.

A interação analisada neste estudo será entre a mosca-das-frutas sul-americana, *A. fraterculus* com o parasitoide *D. brasiliensis* a partir de um sistema hospedeiro-parasitoide, interação ecológica em que um organismo parasitoide desenvolve-se dentro ou sobre um hospedeiro. O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático baseado em equações diferenciais ordinárias que descreva a dinâmica populacional da interação entre a mosca-das-frutas sul-

americana e seu parasitoide visando avaliar estratégias de controle biológico, contribuindo para o manejo sustentável dessa praga na fruticultura brasileira.

## 2. METODOLOGIA

A metodologia adotada para o controle biológico fundamenta-se na incorporação de funções de controle ao modelo matemático que descreve a dinâmica da mosca-das-frutas e de seu parasitoide. Para isso, foram consideradas estratégias de introdução controlada de parasitoides no sistema, representadas por estas funções adicionais. O modelo resultante foi analisado numericamente, de modo a verificar as condições de estabilidade das populações e a viabilidade de utilização do parasitoide como agente de controle. Dessa forma, a metodologia busca fornecer subsídios para a aplicação prática do controle biológico no manejo sustentável da praga. Foram utilizados dados experimentais no estudo e cálculo dos parâmetros do sistema.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho é utilizado um modelo matemático compartmental para descrever a dinâmica de interação entre as populações de hospedeiro (mosca-das-frutas sul-americana) e parasitoide, considerando uma resposta funcional do tipo II (HOLLING, 1959b; ROYAMA, 1971). O sistema é composto por três equações diferenciais ordinárias, representando as densidades populacionais de larvas de mosca-das-frutas ( $x_1$ ), moscas adultas ( $x_2$ ) e parasitoides ( $x_3$ ). A estrutura do modelo, detalhada na equação abaixo, permite analisar as interações entre as espécies e sua influência na regulação populacional.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = rx_2 \left(1 - \frac{x_1}{k}\right) - \mu_1 x_1 - \gamma x_1 - \frac{ax_1 x_3}{1 + ahx_1}, \\ \frac{dx_2}{dt} = \alpha_1 \gamma x_1 - \mu_2 x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = \delta \alpha_2 \frac{ax_1 x_3}{1 + ahx_1} - \mu_3 x_3 + U. \end{cases}$$

O termo  $U$  representa a intervenção externa aplicada à população  $x_3$ . Biologicamente, isso corresponde à liberação adicional de parasitoides no ambiente com o objetivo de aumentar sua densidade, intensificando o controle biológico sobre a população de larvas. Essa ação permite ajustar a população  $x_3$  para alcançar o nível desejado do sistema. Para encontrar o controle ótimo, o sistema foi escrito da seguinte maneira:  $\frac{dy}{dt} = Ay + g(x) - g(x^*) + Bu$ , onde  $g(x) - g(x^*) = G(x, x^*)(x - x^*)$ , e  $G(x, x^*)$  é uma matriz.

O controle ótimo  $u$  foi encontrado a partir da aplicação do teorema que segue: **Teorema** (RAFIKOV; BALTHAZAR, 2004): Se existem as matrizes definidas positivas  $Q$  e  $R$ , em que  $Q$  é uma matriz simétrica, tais que a matriz:  $Q^* = Q - G^T(x, x^*) - PG(x, x^*)$ , seja definida-positiva para a matriz  $G$ , então o controle linear por realimentação:  $u = -R^{-1}B^T Py$ , é ótimo, para deslocar o sistema não linear de qualquer estado inicial ao estado final  $y(t_f) = 0$ , minimizando o funcional:  $J^* = \int_0^{t_f} (y^T Q^* y + u^T R u) dt$ . A matriz simétrica  $P$  é obtida através da equação algébrica não linear de Riccati:  $PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$ , onde as matrizes  $Q$  e  $R$  são constantes definidas positivas.

A determinação dos parâmetros do modelo, utilizados nas simulações numéricas, foi realizada mediante uma abordagem baseada em dados experimentais. Para os valores utilizados, o ponto de equilíbrio estável localmente

foi o único ponto de coexistência. Nas figuras 1 e 2 são apresentadas as trajetórias temporais do sistema, com e sem controle aplicado. Os gráficos mostram como a aplicação do controlador influencia a dinâmica do sistema, levando as populações em direção aos seus níveis de controle. A condição inicial para as simulações é de  $(0, 50, 0)$ . No cenário sem controle, as populações de larvas e moscas adultas crescem até a capacidade de suporte. Já com a aplicação, observa-se uma significativa redução nas populações, indicando que a estratégia foi capaz de regular as interações entre as espécies e manter as populações nos níveis de controle.

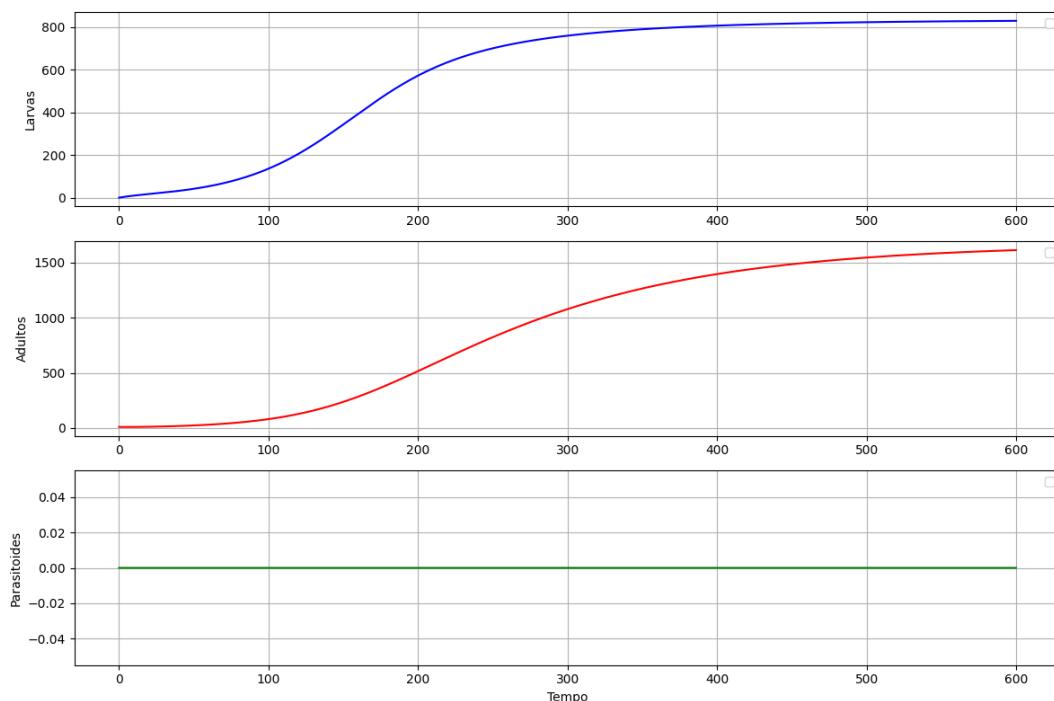


Figura 1: Sistema sem controle aplicado.

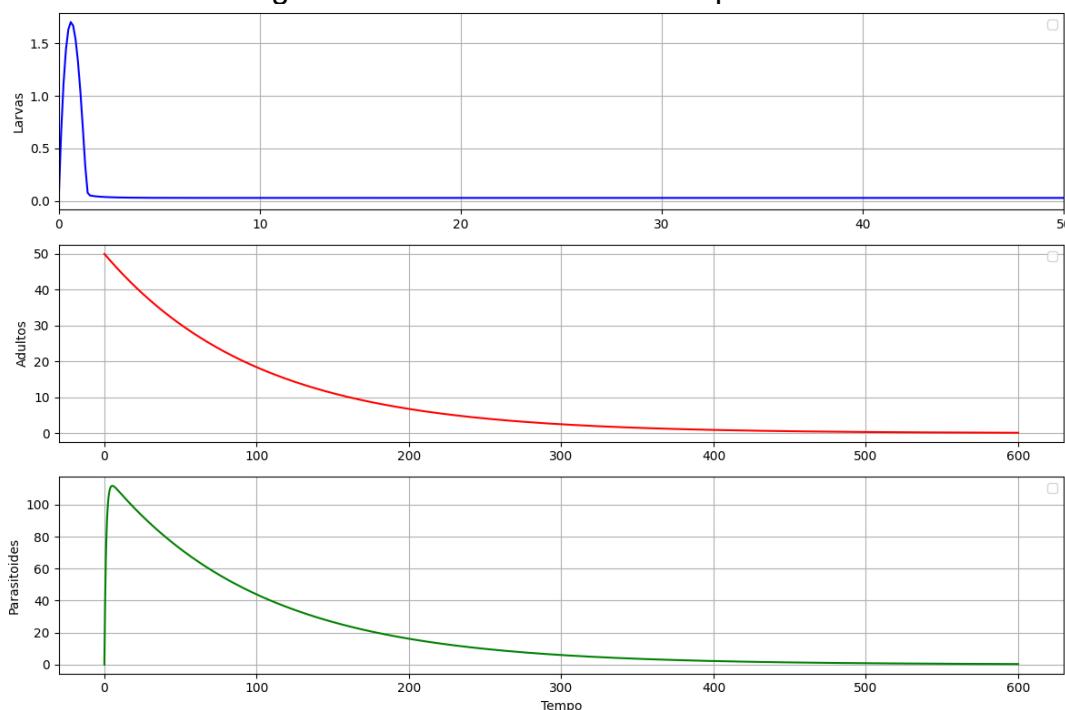


Figura 2: Sistema com controle aplicado.

#### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático que descreve a dinâmica populacional da interação entre a mosca-das-frutas sul-americana e seu parasitoide, com foco na avaliação de estratégias de controle biológico e no manejo sustentável dessa praga na fruticultura brasileira. Os resultados numéricos evidenciaram a influência direta da alta capacidade de parasitismo do *D. brasiliensis* sobre a queda abrupta da população de larvas.

Simulações mostraram que, na ausência natural do parasitoide e sem controle, as populações de larvas e moscas adultas tendem a crescer até a capacidade de suporte, enquanto, com a aplicação da estratégia de controle, observou-se significativa redução dessas populações, mantendo-as em nível desejado. O controlador proposto demonstrou eficácia tanto em cenários sem perturbações quanto na presença de acréscimos populacionais repentinos (simulados, mas não apresentados neste trabalho), respondendo de forma rápida e ajustando a intensidade de aplicação para restabelecer a estabilidade do sistema. Tais resultados indicam que a abordagem de controle adotada é capaz de lidar com variações inesperadas, configurando-se como uma ferramenta promissora para o manejo sustentável da mosca-das-frutas sul-americana.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALUJA, M. Bionomics and management of *Anastrepha*. *Annual Review of Entomology*, Palo Alto, CA, v.39, p.78–155, 1994.
- HOLLING, C. S. **Some characteristics of simple types of predation and parasitism.** The Canadian Entomologist, v.91, p.385–398, 1959.
- NAVA, D. E.; BOTTON, M. **Bioecologia e controle de *Anastrepha fraterculus* e *Ceratitis capitata* em pêssegoiro.** Embrapa Clima Temperado, p.1–29, 2010.
- PARRA, J. R. P. **Controle biológico no Brasil: parasitóides e predadores.** Editora Manole Ltda, 2002.
- PONCIO, S.; MEDEIROS NUNES, A.; SILVA GONÇALVES, R.; LISBOA, H.; MANICABERTO, R.; SILVEIRA GARCIA, M.; NAVA, D. **Biology of *Doryctobracon brasiliensis* at different temperatures: development of life table and determining thermal requirements.** Journal of Applied Entomology, v.140, n.10, p.775–785, 2016.
- RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. **Síntese do controle ótimo linear feedback para sistemas que exibem caos.** In: III CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA E CONTROLE DA SBMAC, 2004. p.619–633.
- ROYAMA, T. **A comparative study of models for predation and parasitism. Researches on Population Ecology.** Researches on Population Ecology, 1971. 1–91p.