

MODELAGEM DA DINÂMICA DA COVID-19 COM O MODELO SIDARTHE-V

CAROLINE RODRIGUES SOARES¹; ANDRIELI EBLING FANKA DA CUNHA²;
EMERSON ERNANDE MESQUITA RODRIGUES³; GEILSON DE ALMEIDA
SOARES⁴; CLAUDIO ZEN PETERSEN⁵; DANIELA BUSKE⁶

¹Universidade Federal de Pelotas – carolsoares07@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – drikaebeling09@gmail.com

³Universidade Federal de Pelotas – emersom_pel@hotmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – geilsonsrz@gmail.com

⁵Universidade Federal de Pelotas – claudio.petersen@ufpel.edu.br

⁶Universidade Federal de Pelotas – daniela.buske@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

No estudo de epidemias, a modelagem matemática tem papel relevante na compreensão e projeção do comportamento de doenças, como no caso da COVID-19. Um modelo epidemiológico deve descrever a dinâmica do sistema, considerando variáveis e parâmetros que precisam ser estimados de forma adequada. A base desses modelos consiste em dividir a população em compartimentos que representam diferentes estágios da doença (LI, 2018).

O modelo SIDARTHE-V, proposto por GIORDANO et al. (2021), descreve a trajetória da doença por meio de compartimentos que distinguem entre infectados assintomáticos, diagnosticados, sintomáticos, em estado grave, recuperados, mortos e vacinados. Uma extensão desse modelo foi apresentada por MATHEBULA et al. (2024), que introduziram a possibilidade de falha vacinal, permitindo representar a chance de indivíduos vacinados ainda se infectarem e transmitirem o vírus.

Outras adaptações podem tornar o modelo mais próximo da realidade, como a introdução da dinâmica vital que considera o nascimento de novos suscetíveis e a mortalidade por causas não relacionadas à doença (QUARTIERI, 2004). Além disso, estudos apontam que a imunidade adquirida após a infecção pelo SARS-CoV-2 ou pela vacinação pode não ser permanente, possibilitando a reinfecção após determinado período (DIANI et al., 2022).

Dessa forma, este trabalho tem como objetivo adaptar e resolver o modelo SIDARTHE-V, aplicado à dinâmica da COVID-19, analisando a influência da vacinação em caso de novas variantes. Para isso, o modelo foi resolvido por meio do método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem.

2. METODOLOGIA

O modelo SIDARTHE-V divide a população em nove compartimentos: Suscetíveis (S), indivíduos que podem ser infectados; Infectados (I), assintomáticos não diagnosticados; Diagnosticados (D), assintomáticos diagnosticados; Adoecidos (A), sintomáticos não diagnosticados; Reconhecidos (R), sintomáticos diagnosticados; Ameaçados (T), indivíduos em estado grave; Curados (H), recuperados da doença; Extintos (E), mortos pela doença; e Vacinados (V), imunizados por meio da vacinação. A população total é denotada por N e corresponde à soma das populações dos compartimentos. A dinâmica do modelo é descrita pelo sistema de equações diferenciais (Equação 1).

$$\begin{cases} S' = \mu N - (\beta_I + \beta_D + \beta_A + \beta_R)S - \phi S - \mu S + \xi_V V + \xi_H H \\ I' = (\beta_I + \beta_D + \beta_A + \beta_R)S + \alpha IV - (\delta_I + \gamma_I + \varepsilon_I + \mu)I \\ D' = \delta_I I - (\varepsilon_D + \gamma_D + \mu)D \\ A' = \varepsilon_I I - (\delta_A + \eta_A + \gamma_A + \mu)A \\ R' = \varepsilon_D D + \delta_A A - (\gamma_R + \eta_R + \tau_R + \mu)R \\ T' = \eta_A A + \eta_R R - (\gamma_T + \tau_T)T \\ H' = \gamma_I I + \gamma_D D + \gamma_A A + \gamma_R R + \gamma_T T - (\mu + \xi_H)H \\ E' = \tau_R R + \tau_T T \\ V' = \phi S - \alpha IV - (\mu + \xi_V)V \end{cases} \quad (1)$$

Os parâmetros representados por letras gregas correspondem a taxas que regulam as transições entre os compartimentos, conforme mostrado na Figura 1, cujos valores descritos na Tabela 1 foram adaptados de GIORDANO et al. (2021). Assume-se que a população total permanece constante, considerando que os nascimentos ocorrem na mesma proporção das mortes por outras causas.

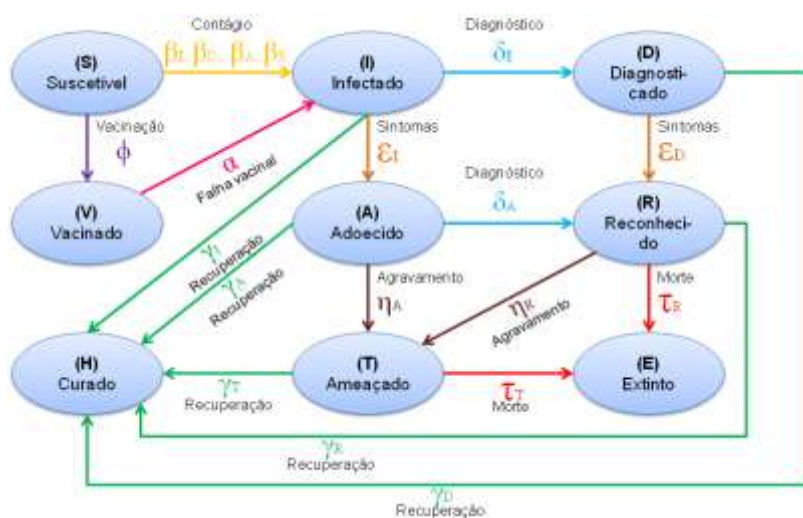


Figura 1 - Dinâmica do modelo SIDARTHE-V. Fonte: os autores, 2025.

Tabela 1 - Parâmetros empregados no modelo SIDARTHE-V.

Símbolo	Descrição	Valor
β_I	Taxa de transmissão por contato com infectados	0.50
β_D	Taxa de transmissão por contato com diagnosticados	0.05
β_A	Taxa de transmissão por contato com adoecidos	0.40
β_R	Taxa de transmissão por contato com reconhecidos	0.01
α	Taxa de falha vacinal	0.05
δ_I	Taxa de diagnóstico da infecção $I \rightarrow D$	0.05
δ_A	Taxa de diagnóstico da infecção $A \rightarrow R$	0.20
ε_I	Taxa de desenvolvimento de sintomas de $I \rightarrow A$	0.10
ε_D	Taxa de desenvolvimento de sintomas $D \rightarrow R$	0.10
γ_I	Taxa de recuperação dos infectados	0.07
γ_D	Taxa de recuperação dos diagnosticados	0.07
γ_A	Taxa de recuperação dos adoecidos	0.04
γ_R	Taxa de recuperação dos reconhecidos	0.05
γ_T	Taxa de recuperação dos ameaçados	0.05
η_A	Taxa de agravamento da doença $A \rightarrow T$	0.03
η_R	Taxa de agravamento da doença $R \rightarrow T$	0.02
τ_T	Taxa de mortalidade por COVID-19 nos ameaçados	0.01

τ_R	Taxa de mortalidade por COVID-19 nos reconhecidos	0.0005
μ	Taxa de dinâmica vital	$1/(75 \times 365)$
ξ_H	Taxa de perda de imunidade $H \rightarrow S$	$1/90$
ξ_V	Taxa de perda de imunidade $V \rightarrow S$	$1/90$

Além dessas taxas, o modelo inclui a taxa de vacinação (ϕ), para a qual foram considerados três cenários, conforme a Tabela 2.

Tabela 2 - Cenários considerados para a taxa de vacinação diária (ϕ).

Taxa de vacinação (ϕ)	Cenário
0.000	Ausência de campanha ou rejeição da vacina
0.005	Vacinação disponível, mas com baixa procura
0.020	Campanha de vacinação com alta procura

Para facilitar a análise e a representação dos resultados, agrupou-se as populações em quatro grupos. O primeiro: de indivíduos suscetíveis (S), o segundo: de pessoas casos ativos (I, D, A, R, T); o terceiro: imunizados (H, V) e o último de mortos pela doença (E).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 2 apresenta a evolução dos compartimentos ao longo de 365 dias. Observa-se uma queda acentuada da população suscetível nos primeiros 50 dias, indicando uma onda inicial intensa de infecções. Esse comportamento é confirmado pela curva de infectados, que apresenta um pico nesse período. Paralelamente, o número de imunizados cresce, atingindo seu máximo entre 50 a 100 dias. Após essa fase inicial, verificam-se oscilações nas curvas de suscetíveis e imunizados, relacionadas à perda de imunidade, à dinâmica vital, e à picos menores de novas infecções.

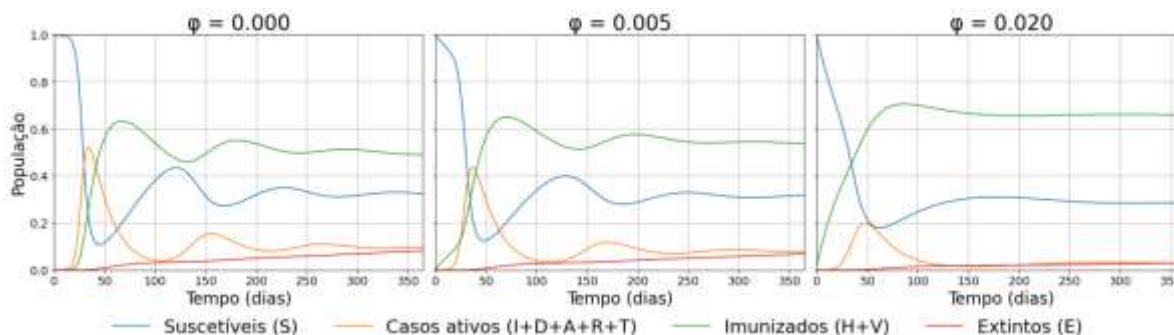


Figura 2 - Evolução dos compartimentos no modelo SIDARTHE-V para as três taxas de vacinação simuladas. Fonte: os autores, 2025.

As oscilações são mais acentuadas no cenário sem vacinação ($\phi = 0,000$). No caso da baixa taxa de vacinação ($\phi = 0.005$), o comportamento permanece semelhante, porém suavizado. Já com alta taxa de vacinação ($\phi = 0.020$), observa-se maior estabilidade do sistema, com redução significativa dos picos de infecção. Além disso, nota-se que o número de óbitos diminui à medida que a taxa de vacinação aumenta.

O comportamento das populações segue o padrão esperado em modelos epidemiológicos compartimentais que consideram indivíduos suscetíveis, infectados (assintomáticos ou sintomáticos) e recuperados (curados ou falecidos). Com o avanço da infecção, parte dos suscetíveis migra para outros

compartimentos, refletindo a disseminação da doença (ALMEIDA; SILVEIRA, 2021). Já a diferença entre as taxas de vacinação reflete a eficiência dessa medida para conter a propagação da COVID-19.

GIORDANO et al. (2021) destacam que o avanço da vacinação influencia no aumento do número de imunizados e, conseqüentemente, no controle da disseminação do vírus. MATHEBULA et al. (2024) relataram que a elevação da população vacinada é essencial para atingir esse patamar de proteção coletiva. Ambos, concluíram que a vacinação foi uma ferramenta importante no combate à COVID-19, indicando que pode ser usada para evitar novas epidemias e para controlar a doença devido a novas variantes.

4. CONCLUSÕES

A adaptação do modelo epidemiológico SIDARTHE-V com a incorporação da dinâmica vital e da possibilidade de reinfecção tornou o modelo mais realista para simulações da COVID-19. Além disso, as simulações permitiram avaliar o impacto da vacinação na contenção da doença. Observou-se que a ausência de vacinação resultou no pior cenário, com os maiores números de casos ativos e óbitos. Por outro lado, a vacinação, mesmo com baixa adesão, contribui para o controle da COVID-19, ainda que de forma limitada.

Os resultados obtidos estão de acordo com o modelo SIDARTHE-V, pois o comportamento das curvas geradas segue o padrão esperado para esse tipo de modelo compartimental. Além disso, o modelo indica que, em caso de surgimento de novas variantes, podem ocorrer picos de casos de COVID-19. No entanto, devido à vacinação e à imunidade adquirida anteriormente, a situação tende a permanecer sob controle, com um número reduzido de óbitos.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. A. F.; SILVEIRA, G. P. Análise do comportamento da Covid-19 no Brasil via modelo SIR. **CQD – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, [S.l.], v.21, p.24-37, dez. 2021. Edição Iniciação Científica.

DIANI, S.; et al. SARS-CoV-2 – The Role of Natural Immunity: A Narrative Review. **Journal of Clinical Medicine**, [S.l.], v.11, n.21, p.6272, 2022.

GIORDANO, G.; et al. Modeling vaccination rollouts, SARS-CoV-2 variants and the requirement for non-pharmaceutical interventions in Italy. **Nature Medicine**, [S.l.], v.27, p.993-998, 2021.

LI, M.Y. **An introduction to mathematical modeling of infectious diseases**. Cham, Switzerland: Springer, 2018.

MATHEBULA, D.; et al. Modelling the impact of vaccination on COVID-19 in African countries. **PLOS Computational Biology**, [S.l.], v.20, n.10, p.e1012456, 2024.

QUARTIERI, M.T. **Estudo de modelos epidemiológicos determinísticos básicos em doenças causadas por microparasitas**. 2004. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.