

ESTRELAS COMPACTAS COMPOSTAS POR MATÉRIA ESCURA

GUSTAVO ADOLFO SCHWANTZ OLIVEIRA¹; VICTOR PAULO GONÇALVES²

¹Universidade Federal de Pelotas – gustavoschwantz1994@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – barros@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Todas as coisas que são feitas de átomos, desde nós mesmos e os objetos à nossa volta, às estrelas e o gás que permeia o espaço interestelar, e usualmente denotamos como matéria bariônica, não correspondem à maior parte da matéria do universo. Esta é composta por matéria escura não-bariônica, que não absorve, emite ou dispersa luz em nenhum comprimento de onda (RYDEN, 2016). Estima-se que ela componha 27% do universo, enquanto que a matéria comum apenas 5%, sendo os 68% restantes energia escura (NASA, 2024). Inferimos que a matéria escura exista devido à sua influência gravitacional na matéria visível (RYDEN, 2016). Assumindo que a maior parte da matéria que compõem o universo seja matéria escura, podemos considerar esta formando objetos compactos que podem ser descritos da mesma forma como descrevemos estrelas compactas. Chamamos esses objetos compactos de estrelas escuras.

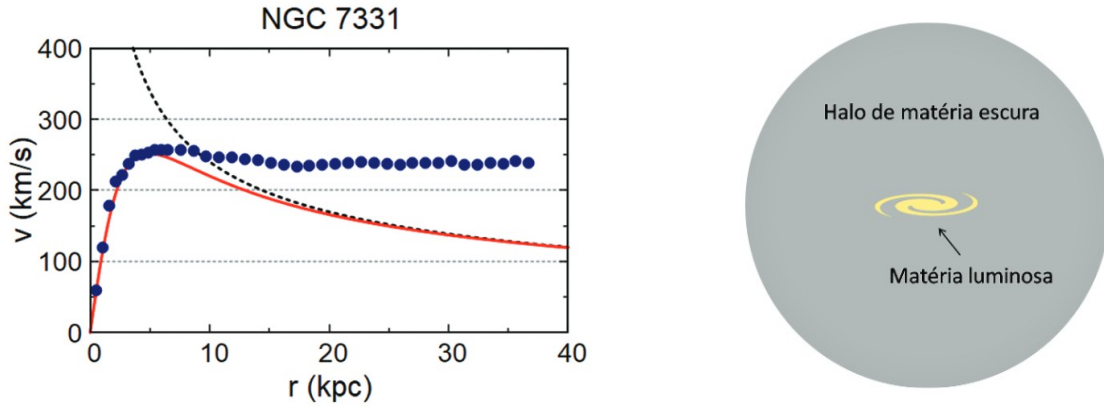
Uma das formas de detecção da matéria escura está na medição da velocidade orbital de estrelas em galáxias espirais (RUBIN, FORD, 1970). Estas contém um disco achatado de estrelas que descrevem uma órbita aproximadamente circular de raio R em torno do seu centro. Podemos lançar mão da simplificação de que a massa bariônica $M(R)$ da galáxia está distribuída uniformemente em uma esfera de raio R cujo centro coincide com o centro galático (RYDEN, 2016). Assim, a velocidade orbital de uma estrela é dada por

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}, \quad (1)$$

onde G é a constante gravitacional universal. Então, se uma galáxia contém apenas matéria bariônica, espera-se que a velocidade orbital das estrelas que a compõem caia significativamente com o aumento da distância ao centro galático. Mas o que acontece na realidade é que a velocidade orbital ainda é muito alta para pontos distantes do centro da galáxia (Figura 1). Esse fenômeno indica a existência de um halo de matéria escura, ilustrado na Figura 1, que envolve a maioria das galáxias espirais, e que impede que estrelas e gás em altas velocidades escapem para o espaço intergalático.

Estrelas compactas surgem a partir de estrelas comuns, quando o combustível nuclear destas últimas esgota-se (SHAPIRO, TEUKOLSKY, 1983). O objeto compacto no qual a estrela se transformará vai depender da sua massa inicial (Figura 2). Uma característica das estrelas compactas é que elas são muito pequenas. Por exemplo, uma estrela de nêutrons típica tem massa na ordem de $\sim 1 M_{\odot}$ com raio de cerca de 10 quilômetros. Por causa disso, estrelas compactas terão um campo gravitacional muito forte em sua superfície. Para lidar com objetos que apresentam condições tão extremas, é necessário fazer uso da relatividade geral, pois a curvatura do espaço-tempo não pode ser ignorada nesse

Figura 1 – Curva de rotação da galáxia NGC 7331, e a representação de uma galáxia rodeada por um halo de matéria escura. A distância ao centro galáctico é dada em *quiloparsecs* (kpc). A linha vermelha contínua representa o comportamento esperado caso apenas estrelas e gás compusessem a galáxia. Os pontos azuis são os dados observacionais. A linha tracejada representa o limite kepleriano.



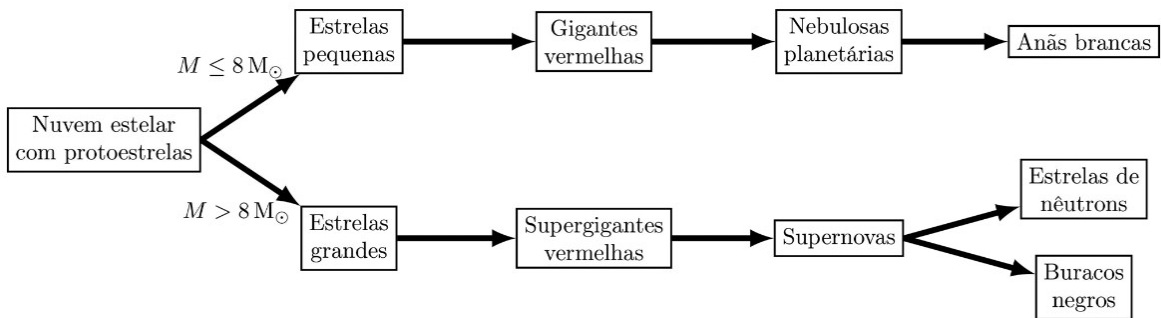
Fonte: Retirado de (XIMENES, AGUIAR, 2023).

tipo de situação (NARAIN, SCHAFFNER-BIELICH, MISHUSTIN, 2006). Para descobrir como o espaço-tempo é alterado por uma estrela compacta, precisamos resolver as equações de campo de Einstein. Podemos assumir uma métrica esférica e estática. Além disso, o tensor momento-energia é o de um fluido ideal,

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_{\mu}U_{\nu}, \quad (2)$$

onde p e ρ são a pressão e a densidade de energia, e U_{μ} a quadrivelocidade do fluido. Usando a equação de campo de Einstein e a condição

Figura 2 – Ilustração esquemática da evolução estelar.



Fonte: Retirado de (GONÇALVES, LAZZARI, 2020).

de equilíbrio hidrostático, e $U_{\mu} = (1, 0)$, chegamos nas equações

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \left(1 + \frac{p}{\rho}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 p}{M}\right) \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}, \quad (3)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (4)$$

que são as equações de **Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)** que descrevem uma estrela compacta (note que nas equações acima, fizemos $c = 1$). Dada uma equação de estado que relaciona p e ρ , precisamos das condições iniciais e de contorno apropriadas para resolver as equações (3) e (4).

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo, por meio de uma revisão da literatura e simulações computacionais, a respeito das estrelas escuras, considerando a matéria escura como sendo fermiônica. Num primeiro momento, se irá resolver a equação TOV considerando um gás de férmions livres à temperatura zero descrito pela equação de estado

$$\rho = \frac{m_f^4}{8\pi^2} [(2z^3 + z)(1 + z^2)^{1/2} - \text{arsinh}(z)], \quad (5)$$

$$p = \frac{m_f^4}{24\pi^2} [(2z^3 - 3z)(1 + z^2)^{1/2} + 3 \text{arsinh}(z)], \quad (6)$$

onde m_f é a massa do férmion e $z = k_F/m_f$, sendo k_F o momento de Fermi. A próxima etapa então será resolver a TOV considerando férmions interagentes. Para isso, basta adicionar o termo $(1/3\pi^2)^2 (m_f/m_I)^2 z^6$, onde m_I é a escala de energia da interação, ao lado direito das equações (5) e (6). Por fim, as curvas $p \times \rho$ e $M \times R$, obtidas a partir da resolução da TOV para os casos de férmions interagentes e não-interagentes, serão comparadas com os resultados encontrados na literatura.

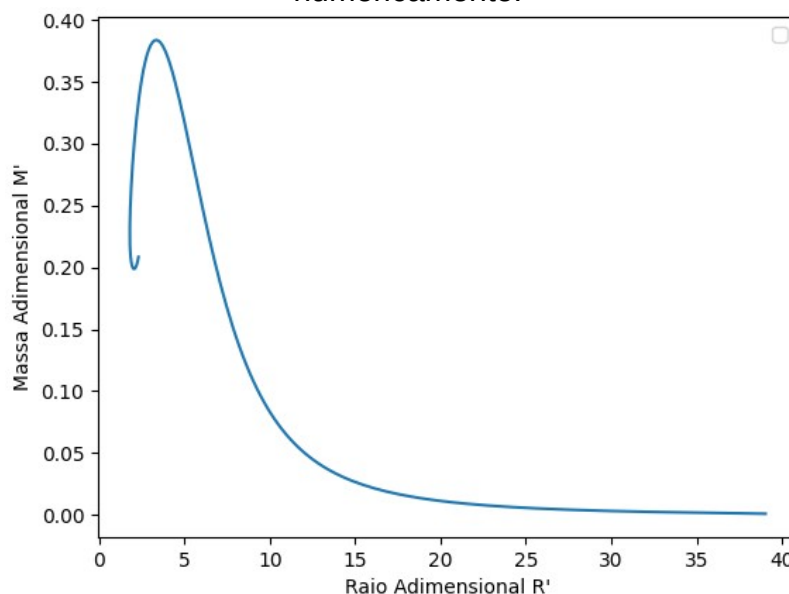
2. METODOLOGIA

Num primeiro momento, será feita uma revisão sobre a matéria escura, e também será necessário fazer um estudo sobre estrelas compactas. Durante esse processo, conceitos de relatividade geral deverão ser assimilados para se poder entender a derivação da equação TOV. Num segundo momento, será necessário resolver a equação TOV, tanto para o caso de férmions livres quanto para o caso de férmions interagentes. As soluções da TOV serão obtidas numericamente, por meio de programas computacionais desenvolvidos na linguagem de programação Python.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Até o momento, se obteve apenas a solução da TOV para o caso dos férmions livres, ou seja, para o caso descrito pelas equações (5) e (6). O gráfico $M \times R$ na forma adimensional para essa solução é mostrado na Figura 3. Note na figura que para valores de massa pequenos os valores dos raios são grandes. Isso ocorre para densidades baixas no centro da estrela: como a atração gravitacional é baixa nesses casos, os valores dos raios são altos. Se a densidade central aumentar, a massa da estrela também deve aumentar, aumentando a atração gravitacional e diminuindo o tamanho do raio (NARAIN, SCHAFFNER-BIELICH, MISHUSTIN, 2006). Na curva, o maior valor de massa, $M' = 0,384$, ocorre para $R' = 3,367$. Se assumirmos que a massa do férmion é $m_f = 939,6$ MeV (a massa do nêutron), teríamos uma estrela com a massa do Sol ($1 M_\odot$) e com um raio de apenas 10 quilômetros.

Figura 3 – Relação massa-raio adimensional obtida resolvendo-se a TOV numericamente.



Fonte: o autor.

4. CONCLUSÕES

O foco deste trabalho é estudar objetos compactos compostos inteiramente por matéria escura fermiônica, para os casos de férmions livres e de férmions interagentes. Até o momento, obtivemos resultados para os férmions livres apenas. Como sequência do trabalho, esperamos resolver a TOV para férmions interagentes.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GONCALVES, V. P.; LAZZARI, L. S. . Uma introdução às estrelas estranhas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.42, 2020.

NARAIN, G; SCHAFFNER-BIELICH, J; MISHUSTIN, I. N. Compact stars made of fermionic dark matter. **Physical Review D**, v.74, n.6, 2006.

NASA. **The Universe's Building Blocks**. 2024. Acessado em 1 out. 2024. Online. Disponível em: <https://science.nasa.gov/universe/overview/building-blocks/>

RUBIN, V. C.; FORD, W. K. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. **The Astrophysical Journal**, Washington, v.238, n.159, p. 379 - 403, 1970.

RYDEN, B. **Introduction to Cosmology**. New York: Cambridge University Press, 2017.

XIMENES, S; AGUIAR, C. Matéria escura do ensino médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.45, 2023.

SHAPIRO, S. L; TEUKOLSKY, S. A. **Black holes, white dwarfs and neutron stars. The physics of compact objects**. Federal Republic of Germany: WILEY-VCH, 1983.