

## **INTRA-DISCIPLINARIDADE NA MATEMÁTICA: RESOLVENDO DESAFIOS DE OTIMIZAÇÃO PARA CONECTAR O ENSINO BÁSICO À MATEMÁTICA SUPERIOR**

**EDUARDA HARTWIG CENTENO<sup>1</sup>; GIOVANNI DA SILVA NUNES<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Universidade Federal de Pelotas 1 – dudahartwig@outlook.com* 1

<sup>2</sup>*Universidade Federal de Pelotas – nunes.giov@gmail.com* 2

### **1. INTRODUÇÃO**

A matemática é, frequentemente, percebida como uma disciplina desafiadora pelos alunos, especialmente quando apresentada de forma desconexa e descontextualizada. No trabalho de conclusão de curso (TCC) desenvolvido no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pelotas, apresentado resumidamente a seguir, propomos uma abordagem pedagógica inovadora para o ensino da matemática, utilizando a otimização como ferramenta para promover a resolução de problemas complexos de maneira acessível e prática. É possível abordar os conteúdos de matemática na educação básica de várias maneiras, e uma delas é através da resolução de problemas, conforme pensamento de POLYA (1995).

A proposta visa integrar o conteúdo do ensino fundamental e médio com a matemática superior, enfatizando o uso de conceitos já aprendidos para resolver problemas tipicamente associados ao nível universitário. Segundo ONUCHIC; ALLEVATO (2011), no contexto do ensino, aprendizagem e avaliação em matemática, a resolução de problemas é o ponto de partida fundamental. A monografia aborda tópicos de geometria plana e espacial, focando na resolução de problemas de otimização, como maximização e minimização de áreas e volumes, destacando a importância de uma abordagem intra-disciplinar no ensino da matemática. A contextualização desses problemas visa conectar conceitos de aritmética, álgebra e geometria, promovendo uma compreensão mais ampla e significativa dos conteúdos (LORENZATO, 2006). Isso responde à crescente divisão dos conteúdos matemáticos e à falta de motivação dos alunos devido à percepção de baixa aplicabilidade da matemática no cotidiano.

A otimização é um conceito-chave da matemática, utilizado para determinar as condições ideais para maximizar ou minimizar grandezas sob critérios específicos. Ao longo do TCC, exploramos como a otimização pode ser introduzida de maneira gradual no ensino fundamental e médio, facilitando o desenvolvimento do pensamento crítico e a aplicação prática de conceitos matemáticos, tendo como objetivo geral usar a matemática, a partir da metodologia de resolução de problemas de otimização, envolvendo a maximização e minimização de áreas e volumes, sem se prender ao uso mecânico de fórmulas e sem visão seccionada, mas sim ampla, de forma que o aluno perceba a intra-disciplinaridade.

A proposta desta monografia é defender a importância da intra-disciplinaridade no ensino de Matemática, unindo as diferentes áreas através da resolução de problemas autênticos e contextualizados. Como LORENZATO (2006) argumenta, a fragmentação dos conteúdos matemáticos dificulta a compreensão integrada da disciplina. A resolução de problemas é uma ferramenta poderosa para promover essa integração, permitindo que os alunos compreendam a matemática de forma mais ampla e significativa, como evidenciado por ONUCHIC (1999) e POLYA (1995).

A justificativa para o trabalho surge da observação de que, atualmente, os conteúdos de matemática são frequentemente apresentados de forma

compartimentada, o que não reflete a natureza interconectada da disciplina. Este estudo busca estimular uma abordagem integrada através da resolução de problemas, alinhando-se às novas diretrizes educacionais, como a BNCC. O método de resolução de problemas é amplamente reconhecido na comunidade educacional como uma prática essencial para desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de resolução dos estudantes, como apontado por CARVALHO; CIVARDI (2012). O problema de pesquisa que orienta este trabalho é: *Como utilizar a abordagem intra-disciplinar, focada na resolução de problemas de otimização, sem o uso de cálculo diferencial, utilizando a matemática básica?* Os objetivos incluem analisar as orientações dos PCNs e da BNCC sobre a profundidade dos conteúdos de volume e áreas de sólidos e estimular a interligação entre álgebra, geometria e aritmética,

“dessa forma, ao trazer ambos os referenciais, busca-se estabelecer uma ponte entre a tradição representada pelos PCNs e a atualidade refletida na BNCC. Esta abordagem visa enriquecer o entendimento sobre a evolução das diretrizes educacionais no Brasil e contextualizar a proposta deste trabalho na trajetória do ensino de matemática no país” (CENTENO, 2024).

## 2. METODOLOGIA

A divisão dos conteúdos matemáticos em blocos isolados tem gerado uma lacuna no entendimento integrado da matemática. A proposta deste trabalho visa usar a resolução de problemas para promover uma visão intra-disciplinar, que ajuda os alunos a verem a interconexão entre diferentes áreas da matemática. Isso é especialmente relevante no contexto atual, onde a tecnologia oferece soluções rápidas e os métodos tradicionais de ensino estão perdendo relevância.

Este trabalho é baseado em uma pesquisa bibliográfica, usando materiais como os PCNs, BNCC e matrizes curriculares, e visa investigar como os conteúdos de áreas e volumes são trabalhados nas diferentes etapas do ensino. Foram utilizados exemplos de problemas de otimização que relacionam tópicos de matemática básica com a geometria.

A metodologia utilizada baseou-se em uma pesquisa bibliográfica, cujo objetivo foi investigar a aplicabilidade da abordagem intra-disciplinar no ensino de Matemática, com foco na resolução de problemas. Foram analisadas referências já elaboradas, como livros didáticos e artigos sobre conteúdos de volume e área de sólidos geométricos, buscando exemplos e fundamentação teórica para embasar o estudo. Além disso, o trabalho incluiu uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e das Matrizes Curriculares (do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio) de Matemática, observando em quais etapas os conteúdos propostos, como médias, área e volume de sólidos, são introduzidos e trabalhados de forma completa.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) focou na análise da intra-disciplinaridade no ensino de Matemática e na utilização da resolução de problemas de otimização como abordagem central. O objetivo principal foi demonstrar como conceitos do ensino básico podem ser utilizados para resolver problemas de otimização que, em princípio, estariam associados ao ensino superior, sem a necessidade do uso do cálculo diferencial. Essa proposta está enraizada na busca por uma aprendizagem mais significativa e interligada, utilizando desafios contextualizados.

A otimização foi apresentada como uma ferramenta pedagógica capaz de desenvolver o pensamento crítico dos alunos, permitindo a aplicação prática de conceitos matemáticos. O estudo destacou a importância de trabalhar com problemas de maximização e minimização em diferentes níveis de ensino, com abordagem intuitiva no ensino fundamental e mais aprofundada no ensino médio. Além disso, a pesquisa mostrou como a otimização pode ser aplicada em problemas reais, como os relacionados à preservação ambiental e uso eficiente de recursos. No decorrer do trabalho, foram analisadas as relações entre diferentes médias (aritmética, geométrica, harmônica e quadrática), explorando sua interconexão e aplicabilidade na resolução de problemas. Demonstrações matemáticas e interpretações geométricas foram apresentadas, enfatizando como a desigualdade entre as médias pode ser observada de forma prática.

Um exemplo ilustrativo pode ser encontrado no problema 2 (STEWART) que segue abaixo.

Figura 1: Problema 2, resolvido com e sem o uso de derivadas.

**Problema 2:** (STEWART) Um fazendeiro tem 2400 pés de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cerca ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?

**Resolução 3 (sem o uso de derivadas):** Para resolver esse problema, podemos utilizar a desigualdade entre as médias aritmética e geométrica. Vamos denotar as dimensões do campo retangular como  $x$  (profundidade) e  $y$  (extensão).

A área  $A$  do campo retangular é dada por  $A = xy$ , e o fazendeiro possui 2400 pés de cerca disponíveis, o que implica que o perímetro é  $P = 2x + y = 2400$ .

Agora, aplicamos a desigualdade das médias: substituímos  $\frac{2x+y}{2}$  por  $\frac{2xy}{2} = xy$  na desigualdade.

$$\frac{2x+y}{2} \geq \sqrt{2xy}$$

$$1200 \geq \sqrt{2xy}$$

$$1200^2 \geq 2xy$$

$$1440000 \geq 2xy$$

$$720000 \geq xy$$

O máximo ocorre quando  $2x = y$ . Sendo assim, temos:

$$2x + y = 2400$$

$$y + y = 2400$$

$$2y = 2400 \rightarrow y = 1200$$

Sabendo o valor de  $y$ , basta substituir na expressão  $2x + y = 2400$  para encontrar o valor de  $x$ :

$$2x + y = 2400$$

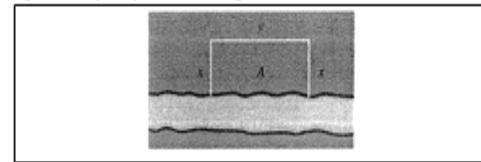
$$2x + 1200 = 2400$$

$$2x = 1200 \rightarrow x = 600$$

Portanto, as dimensões que maximizam a área cercada são  $x = 600$  pés de profundidade e  $y = 1200$  pés de extensão.

**Resolução 2 (com uso do cálculo diferencial):** (STEWART) A figura a seguir ilustra o problema:

Figura 9: Ilustração do problema de modo geral.



Fonte: STEWART, James. Cálculo - Volume 4, pg. 332, 2005.

Desejamos maximizar a área  $A$  do retângulo. Seja  $x$  e  $y$  a profundidade e a largura do retângulo (em pés). Então expressam os  $A$  em termos de  $x$  e  $y$ .

$$A = xy$$

Queremos expressar  $A$  como uma função de uma única variável, assim, eliminamos  $y$  expressando em termos de  $x$ . Para fazer isso usamos a informação dada de que o comprimento total de cerca é de 2400 pés. Dessa forma,

$$2x + y = 2400$$

Dessa equação, temos  $y = 2400 - 2x$ , resultando assim

$$A = x(2400 - 2x) = 2400x - 2x^2$$

Note que  $x \geq 0$ , e  $x \leq 1200$  (de outra forma resultaria  $A < 0$ ). Logo a função que desejamos maximizar é

$$A(x) = 2400x - 2x^2 \quad 0 \leq x \leq 1200$$

A derivada é  $A'(x) = 2400 - 4x$ ; logo, para achar os números críticos resolvemos a equação

$$2400 - 4x = 0$$

Que nos fornece  $x = 600$ .

Pelo teste da segunda derivada, temos que

$A''(x) = -4 < 0$  para todo  $x$ ; logo  $A$  é sempre côncava para baixo, e o máximo local em  $x = 600$  deve ser um máximo absoluto.

Assim, o campo retangular deve ser de 600 pés de profundidade e de 1200 pés de extensão.

Fonte: Arquivo dos Autores 2024

Neste problema, assim como nos demais, utilizamos conceitos do ensino básico para resolver um problema de otimização, conectando álgebra, geometria e aritmética. O objetivo era maximizar a área cercada pelo fazendeiro, e a resolução foi alcançada sem o uso do cálculo diferencial, destacando a importância da intra-disciplinaridade na aprendizagem significativa.

Concluindo por fim que o ensino de Matemática pode ser enriquecido por meio da intra-disciplinaridade e da resolução de problemas de otimização, proporcionando uma conexão entre os conteúdos do ensino básico e superior de forma acessível e prática, preparando os alunos para desafios futuros sem depender de ferramentas mais avançadas, como o cálculo diferencial.

#### **4. CONCLUSÕES**

O presente trabalho destacou a relevância da resolução de problemas de otimização como uma abordagem pedagógica para o ensino de Matemática, defendendo que ela promove uma aprendizagem mais significativa e integrada. Ao propor uma visão intra-disciplinar, foi possível demonstrar que o ensino fragmentado tradicional dos conteúdos matemáticos pode ser superado, conectando conceitos de álgebra, aritmética e geometria de forma prática e relevante. Além disso, a pesquisa evidenciou que a resolução de problemas contextualizados permite aos alunos estabelecer relações entre conteúdos do ensino fundamental e médio e tópicos mais avançados, como os da matemática superior, sem depender exclusivamente do cálculo diferencial.

A inovação trazida por este trabalho reside na adaptação de problemas de otimização para o contexto escolar, utilizando fundamentos da matemática básica para resolver desafios complexos. Ao integrar álgebra, aritmética e geometria, o estudo contribui para uma abordagem mais conectada e significativa dos conteúdos, oferecendo uma alternativa ao ensino tradicional e proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático dos alunos. A inclusão progressiva do ensino de médias e a ênfase na construção do conhecimento por meio da significação dos conteúdos reforçam o potencial dessa abordagem em reavivar o interesse dos estudantes pela Matemática e prepará-los para lidar com problemas reais.

#### **5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

CARVALHO, F. D. P. S., & Civardi, J. A. (2012). **Novas tecnologias, velhas atitudes, práticas antigas**. In II Congresso Internacional TIC e Educação.

CENTENO, Eduarda Hartwig. **Intra-Disciplinaridade na Matemática: Resolvendo Desafios de Otimização para Conectar o Ensino Básico à Matemática Superior**. Orientador: Giovanni da Silva Nunes. 2024. 57 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2024.

LORENZATO. S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados. 2006. 141 p.

ONUCHIC, L. De. La. R., & ALLEVATO, N. S. G. (2011). **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Boletim Mathematics Education Bulletin, 73-98.

POLYÁ, George. (1995). **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2<sup>a</sup> reimpressão. Rio de Janeiro.