

## GEOMETRIA FRACTAL E CÁLCULO: ENSAIO DE UMA ATIVIDADE REALIZADA NO ENSINO MÉDIO

RODRIGO OLIVEIRA MOREIRA<sup>1</sup>; GUSTAVO WEIRICH CORRÊA<sup>2</sup>;  
BIANCA HERREIRA CAPILHEIRA<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Universidade Federal de Pelotas – rodrigoolimor@gmail.com*

<sup>2</sup>*Universidade Federal de Pelotas – correia.gw@hotmail.com*

<sup>3</sup>*Instituto Federal de Ciências e Suas Tecnologias Sul Rio-Grandense – biherreira@gmail.com*

### 1. INTRODUÇÃO

A educação é uma das áreas mais cruciais para o desenvolvimento de indivíduos e da sociedade como um todo. Considerando um mundo que está em constante evolução, onde as demandas sobre o ensino transformam-se a um ritmo apressado, hoje em dia, e mais do que nunca, os alunos demandam de um aprendizado que vá além de metodologias que trabalhem de forma mecânica. É imprescindível que as escolas e educadores reconheçam essa necessidade e adotem abordagens pedagógicas inovadoras, como as metodologias ativas, por exemplo.

Essas metodologias, são uma resposta à crescente complexidade do mundo em que vivemos, de alunos cada vez mais críticos e com mais acesso à informação. Elas buscam envolver os alunos de maneira ativa, tornando-os protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem. Essas abordagens pedagógicas promovem o engajamento dos alunos, estimulando sua participação em sala de aula e fazendo com que esse processo possa ser mais efetivo.

Uma vantagem perceptível na utilização das metodologias ativas é que elas não se limitam à mera transmissão de informações. Em vez disso, enfatizam o desenvolvimento de habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a criatividade, a comunicação e a resolução de problemas. Os alunos não apenas absorvem os conteúdos, mas também aprendem quais suas origens, assim como a aplicá-los ou identificá-los em situações do mundo real. Ou seja, não se resume apenas à uma simples execução ou repetição de comandos, é imprescindível que o estudante torne-se um personagem ativo ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem (Moreira, 2006).

A obra inicia com a constatação dos autores de que a aprendizagem é muito mais do que uma simples execução de comandos, e é necessário colocar o aprendiz como sujeito ativo nesse processo.

Em relação a demanda atual da sala de aula ser um espaço cada vez mais diversificado e completo, a utilização da Geometria Fractal, devido a sua alta atratividade visual, pode ser um aliado para estimular o aprendizado conforme cita SALLUM (2005):

“A introdução de fractais no ensino médio, além de satisfazer a curiosidade de quantos já ouviram falar neles, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma idéia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação de progressões geométricas e estímulo ao uso de tabelas.” (Sallum, 2005, p.1).

Levando em consideração a necessidade da utilização de diferentes metodologias ativas em sala de aula para a consolidação de uma aprendizagem

significativa, como aponta Moran (2018), o presente texto tem o objetivo de relatar uma experiência que propõe a utilização da geometria fractal no incentivo da construção de conceitos matemáticos presentes na disciplina de Cálculo a nível médio.

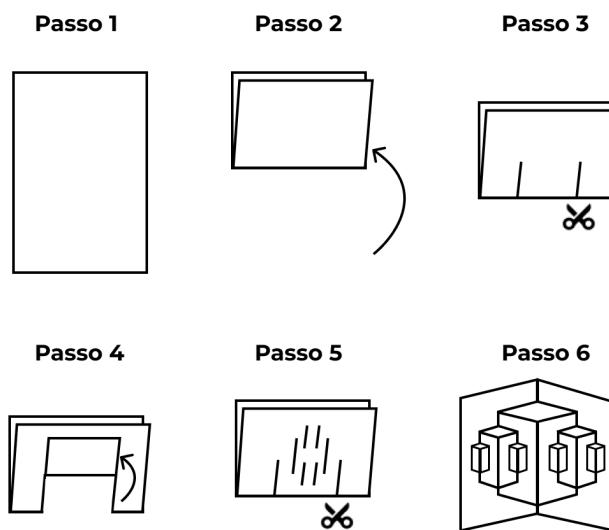
## 2. METODOLOGIA

Realizada no Instituto Federal de Ciências e Suas Tecnologias Sul Rio-Grandense Campus Pelotas, no mês de julho de 2023, a atividade foi conduzida pelos estagiários Gustavo Weirich e Rodrigo Moreira, autores deste texto, e orientada pela professora titular da turma Bianca Herreira. Os estudantes que participaram deste momento foram alunos da instituição que cursavam o semestre de Cálculo dos cursos técnicos integrados de Eletrônica e Química.

A atividade consistiu na prática da construção em um papel de um modelo de geometria fractal em 3D, para ser utilizado a fins comparativos entre os conceitos que apareceram durante esse processo e os conteúdos abordados na disciplina de cálculo, com o objetivo final de provocar os alunos visualmente à fundamentação do conceito do cálculo da área abaixo da curva através da soma de Riemann.

No primeiro momento, os alunos ficaram encarregados de, a partir da orientação dos professores estagiários, construir um modelo de fractal, conforme apresentado na figura abaixo.

Figura 1: Passo a passo resumido da construção do fractal.



Fonte: os autores (2023)

A segunda etapa desta atividade aconteceu à medida que os fractais foram sendo confeccionados, e consistiu na construção de uma tabela interpretativa, preenchida com informações percebidas pelos alunos como: tamanho do lado da figura geométrica, número de sólidos novos e suas respectivas áreas, números de sólidos totais e área total.

Na sequência, a terceira parte da atividade consistiu em relacionar os conceitos observados na produção dos fractais, associando a diminuição do lado da figura, à medida que as manipulações foram acontecendo, com a ideia intuitiva de limite. Na sequência, os alunos foram questionados se perceberam alguma

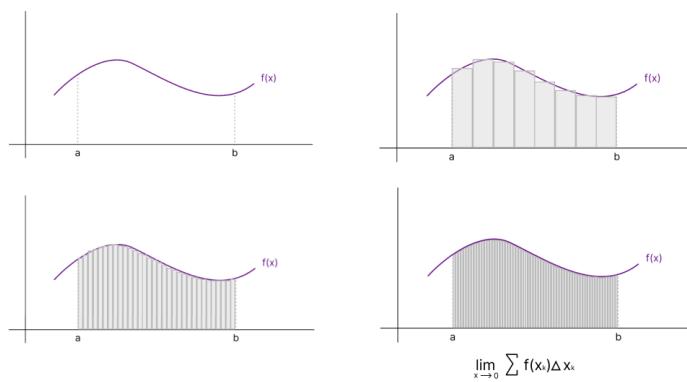


comparação entre as somas parciais das áreas que foram aparecendo durante o processo de confecção e algum conceito apresentado na disciplina de cálculo.

A indagação foi um fio condutor utilizado para iniciar o quarto e último momento desta atividade, que consistiu em apresentar para os alunos, através de uma animação, de que maneira o cálculo de uma área abaixo da curva foi pensado pelos matemáticos na antiguidade. Esta animação consistia na apresentação visual da utilização de diversos retângulos de bases infinitamente pequenas, de forma que os sólidos ficavam cada vez menores a fim de preencher o espaço abaixo de uma curva determinado em um intervalo específico  $[a, b]$  e assim então diminuir o erro que acontecia na utilização de retângulos maiores.

Esse estímulo visual pode ser observado a partir do estático apresentado na figura abaixo, que apresenta alguns frames da animação.

Figura 2: Estático da animação da área abaixo da curva.



Fonte: os autores (2023)

O ponto chave de toda a atividade se deu no fechamento, onde foi apresentado para os alunos que o cálculo da área abaixo da curva se dá a partir do somatório dos  $n$  retângulos presentes no intervalo  $[a, b]$ , a medida que o limite de  $\Delta x$ , que é a base de cada sólido, tende a zero. Esse processo possibilita um preenchimento total e sem erros da área desejada e é conhecido como Soma de Riemann, a fórmula fechada deste somatório pode ser visualizada na figura abaixo.

Figura 3: Soma de Riemann.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \Delta x \cdot f(x_k)$$

Soma das áreas  
dos retângulos

↓  
Altura  
Base

Fonte: os autores (2023)

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Desde as primeiras explicações de como funcionaria a atividade, os alunos demonstraram interesse e curiosidade em saber qual seria o resultado dos cortes e dobras realizados no papel. Esse entusiasmo ficou ainda mais evidente quando, por conta própria, os estudantes manipularam os fractais de forma espontânea a fim de encontrar mais formas geométricas. Além disso, foi possível perceber a cooperação entre os pares, com a finalidade de superar eventuais dificuldades durante a elaboração da atividade.

Outra manifestação em relação a disposição das turmas em entender os conceitos que estavam sendo apresentados, foi a maneira como eles participaram de cada processo, acompanhando as orientações de forma atenta, questionando nos momentos que tiveram alguma dúvida e respondendo a todas as indagações que lhes foram feitas. Desta maneira, destacamos que os estímulos visuais, tanto a produção prática da manipulação dos sólidos, quanto a apresentação da animação foram elementos que cumpriram seus papéis em prender a atenção dos alunos às informações apresentadas, assim como facilitar o entendimento das mesmas, uma vez que, durante a experiência, os alunos foram incentivados em diversos sentidos a acompanhar o desenvolvimento da atividade.

Outro ponto interessante de ser destacado é que, ainda que tenham sido apresentadas operações matemáticas, necessárias para o entendimento do processo do cálculo da área abaixo da curva, que até então eram desconhecidas pelos alunos, como por exemplo a notação de Somatório, os mesmos apresentaram um fácil entendimento em relação às informações.

#### 4. CONCLUSÕES

Levando em consideração o nível alto de participação dos alunos e do interesse demonstrado durante toda a atividade, percebemos que a proposta em estimular o entendimento do porque é possível calcular uma área abaixo da curva com o cálculo da integral definida, utilizando a confecção dos fractais e do estímulo visual a partir da animação, assim como as interações entre esses estímulos e o conteúdo da disciplina, proporcionaram um momento valioso e descontraído de aprendizado para ambos os lados. Além de incentivar o conhecimento de habilidades específicas da matemática, a atividade proporcionou também a manifestações de habilidades socioemocionais, como a cooperação dos alunos entre si.

É interessante ressaltar também que a interação entre os estudantes e os estagiários durante a aula foi uma experiência enriquecedora, que fomenta ainda mais a necessidade e a importância da utilização de metodologias ativas na sala de aula para a construção de uma aprendizagem significativa.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais inovadora. In.: BACICH, L; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

MOREIRA, M. A.: MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2006.

SALLUM, E. M. Fractais no Ensino Médio. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v.57, p.1-8, 2005.