

## SOBRE O MÉTODO DOS FÓTONS EQUIVALENTES

ALFREDO A. S. PACHECO<sup>1</sup>; WERNER K. SAUTER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – [pachecoalfredo845@gmail.com](mailto:pachecoalfredo845@gmail.com)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Pelotas – [werner.sauter@ufpel.edu.br](mailto:werner.sauter@ufpel.edu.br)

### 1. INTRODUÇÃO

Os experimentos de colisões de partículas se mostraram uma ferramenta importante na compreensão da constituição fundamental dos componentes da matéria (THOMSON, 2013). Dentre os fenômenos de colisão de interesse estão as colisões ultraperiféricas de íons, que possuem altos parâmetros de impacto. Por conta disso, a interação predominante dessas colisões é eletromagnética. Desta forma, um ferramental teórico para tratar os campos relativísticos desses íon com altas energias é de interesse. Um possível tratamento é um método aproximativo para o cálculo do fluxo de fótons dos campos dos íons, o método de fótons equivalentes (BERTULANI et al, 2005).

Primeiramente proposto por FERMI (1924) e depois generalizado relativisticamente por WILLIAMS (1933), o método consiste em aproximar a interação eletromagnética de uma partícula carregada com um dado alvo por um pulso de onda equivalente. Desse pulso, encontramos o número de fótons equivalentes dos campos da partícula pela transformada de Fourier dos mesmos campos (JACKSON, 1999).

Notavelmente, esta é uma aproximação semi-clássica para um problema de espalhamento de íons de dimensões atômicas e subatômicas. O limite de aplicação do quee estamos desenvolvendo depende das dimensões do campo de espalhamento e do momento transferido na colisão. Segundo CARUSO (2009), o comprimento de onda de de Broglie tem de ser pequeno comparado com as dimensões do campo e a incerteza sobre o momento da partícula tem de ser pequena em comparação com o momento transferido na colisão. A primeira condição é satisfeita se o parâmetro de impacto for suficientemente alto e a segunda é satisfeita para colisões com altas energias.

### 2. METODOLOGIA

Neste trabalho realizamos uma revisão bibliográfica introdutória sobre o método dos fótons equivalentes. Fazemos a dedução dos campos transformados sob transformada de Lorentz para uma partícula pontual e dos números de fótons equivalentes a partir da transformada de Fourier dos campos para a frequência. Os cálculos analíticos foram realizados usando unidades naturais, onde usamos  $\hbar=c=1$ . Disso, a frequência dos elétrons é equivalente a energia cinética destes.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para um desenvolvimento da teoria, consideramos um caso simplificado com uma partícula pontual com carga  $q$ , velocidade  $v$  e passando por um alvo com distância mínima de trajetória mínima (parâmetro de impacto)  $b$ , como disposto na Figura 1. A essência do método é que podemos aproximar a interação dos campos com o alvo por dois pulsos,  $P_1$  que é paralelo à trajetória da partícula e  $P_2$

que é perpendicular à esta. Isto é mostrado nos esquemas da Figura 2. A partir disso, obtemos os espectros de frequência dos pulsos e o número de fótons pela quantização desses espectros de frequência.

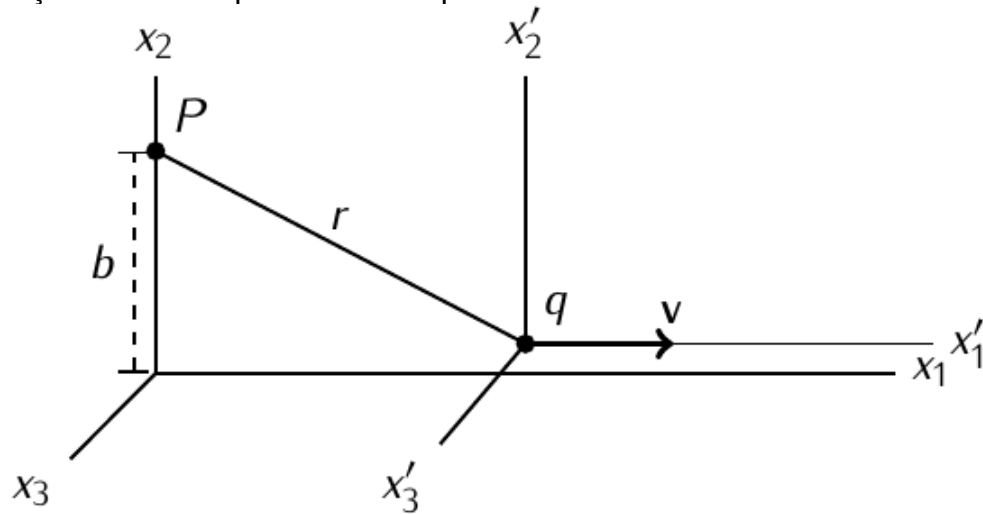
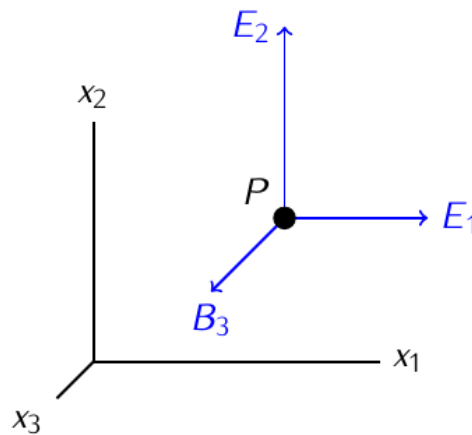
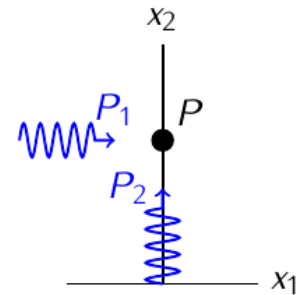


Figura 1: Carga pontual  $q$  se movendo com velocidade  $v$  em relação a um ponto de observação. Dois referenciais são indicados, um que é solidário à carga e outro que é solidário ao ponto de observação. Adaptado de (JACKSON, 1999).



(a) Campos observados no referencial do ponto  $P$ .



(b) Pulsos aproximados  $P_1$  e  $P_2$  atingindo  $P$ .

Figura 2: Campos observados no referencial do ponto  $P$  e os pulsos que podem ser aproximados no ponto. Adaptado de (CARUSO, 2009).

De forma a mostrar isso, escrevemos os campos nas coordenadas do sistema e aplicamos as transformações de Lorentz. Isso nos fornece os seguintes campos no ponto  $P$ ,

$$\begin{cases} E_1(t) = -\frac{q \gamma v t}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_2(t) = \frac{q \gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ B_3(t) = \beta E_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

É notável após uma análise dos campos que  $E_2$  e  $B_3$  formam um pulso de onda na direção de  $x_1$ . Disso, ainda sobra o campo  $E_1$ . A interação deste sobre o alvo pode ser aproximada pela inserção de um campo magnético artificial de maneira que tenhamos um pulso na direção de  $x_2$ . Segundo JACKSON (1999), essa aproximação pode ser feita desde que os movimentos das cargas constituintes do alvo não sejam relativísticas no referencial em que estamos tratando. A partir disso temos os pulsos de onda aproximados na Figura 2.

Por meio dos passos apresentados acima, o número de fótons virtuais dos dois pulsos é obtido como,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2} \frac{1}{\omega^2} \xi^2 \left[ K_1^2(\xi) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(\xi) \right], \quad (2)$$

onde  $\xi \equiv \omega b / \gamma v$  é um parâmetro definido e as funções  $K_1$  e  $K_0$  são as funções modificadas de Bessel. É notável que um dos termos da equação (2) é multiplicado pelo fato relativístico  $\gamma^{-2}$ . Desta, para velocidades muito altas o segundo termo pode ser desconsiderado. Isso nos fornece a seguinte aproximação para o número de fótons equivalentes,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2} \frac{1}{\omega^2} \xi^2 K_1^2(\xi). \quad (3)$$

A partir do que foi apresentado aqui, o número de fótons total é dado pela integral de (2) sobre os parâmetros de impacto, partindo de um  $b_{min}$  que depende do sistema estudado. Assim, este é obtido como,

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \int_{b_{min}}^{\infty} db \, b N(\omega, b) \\ &= \frac{1}{\pi^2} \frac{2q^2}{\beta^2} \frac{1}{\omega} \left\{ \xi_{min} K_0(\xi_{min}) K_1(\xi_{min}) - \frac{\beta^2}{2} \xi_{min}^2 [K_1^2(\xi_{min}) - K_0^2(\xi_{min})] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $\xi_{min} \equiv \omega b_{min} / \gamma v$ .

#### 4. CONCLUSÕES

Notavelmente, o método dos fótons equivalentes é uma ferramenta de análise teórica de bastante aplicação em colisões. Esse método aproximativo permite a análise de colisões de altas energias, o que é considerado mais difícil utilizando teoria de perturbação dependente do tempo (ZETTILI, 2009). Para tanto, estudos mais avançados podem ser realizados para uma investigação mais aprofundada sobre as seções de choque das colisões ultraperiféricas de íons. Podendo-se fazer uso do método aqui apresentado para análise experimental dos dados, e comparação de curvas teóricas obtidas com os dados experimentais.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERTULANI, C. A.; KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions. **Annual Review of Nuclear and Particle Science**, California, v. 55, n. 1, p. 271–310.

CARUSO, F. **Sobre o Método de Weizsäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações**. Monografias do CBPF, 2009. Acessado em 21 set 2023. Online. Disponível em: [https://cbpfindex.cbpf.br/publication\\_pdfs/mo00109.2009\\_07\\_01\\_15\\_36\\_02.pdf](https://cbpfindex.cbpf.br/publication_pdfs/mo00109.2009_07_01_15_36_02.pdf).

FERMI, E. Über die theorie des stoßes zwischen atomen und elektrisch geladenen teilchen. **Zeitschrift für Physik**, Berlin, v. 29, n. 1, p. 315–327, Dec 1924.

JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**, 3. ed.. Nova Jersey: John Wiley & Sons, INC., 1999.

THOMSON, M. **Modern Particle Physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

WILLIAMS, E.J. Applications of the Method of Impact Parameter in Collisions. **Proceedings of the Royal Society of London Series A**, Londres, v. 139, n. 837, p. 163–186, 1933.

ZETTILI, N. **Quantum Mechanics Concepts and Aplications**, 2 ed. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2009.