



PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS NA CINEMÁTICA INVERSA DE UM ROBÔ PLANAR DE DOIS ELOS

PEDRO HENRIQUE DIEHL¹; LÍDIA MARTINELLI DE OLIVEIRA²; LUIS MIGUEL DE AVILA MATTOS³; ALEXANDRE MOLTER⁴

¹Centro de Engenharias – diehl.pedro@ufpel.edu.br

²Centro de Engenharias – lidia.martinelli@ufpel.edu.br

³Centro de Desenvolvimento Tecnológico – luism.amattos@inf.ufpel.edu.br

⁴Instituto de Física e Matemática – alexandre.molter@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Este artigo aborda a aplicação da cinemática inversa num robô manipulador do tipo RR, com dois graus de liberdade para realizar movimentos em um plano 2D. O robô RR possui duas articulações de rotação, conhecidas como "ombro" e "cotovelo", que permitem o controle do movimento em duas direções específicas. A implementação deste robô é feita por meio da Programação Orientada a Objetos (POO), com base na modelagem matemática da cinemática de robôs descrita nos livros de SPONG (2006) e SICILIANO et al. (2009).

O artigo inclui simulações para mostrar os movimentos executados pelo robô em operação.

2. METODOLOGIA

Nesta seção, são abordadas a implementação do robô manipulador RR e suas simulações, com ênfase na modelagem matemática. É evidenciado como a programação orientada a objetos desempenha um papel fundamental na tradução das equações matemáticas em código computacional. Esses aspectos são essenciais para garantir um desempenho eficiente do robô no contexto do artigo.

2.1 Matriz de rotação

Uma matriz de rotação é uma matriz 3x3 que descreve a rotação de um objeto em três dimensões. Ela é definida pelos ângulos de rotação em torno dos eixos cartesianos (LAY, 2012).

Consequentemente, as rotações de um ângulo γ em relação ao eixo z , de um ângulo β em relação ao eixo y e de um ângulo α em relação ao eixo x são respectivamente dadas por:

$$R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2 Cinemática inversa

A abordagem da resolução da cinemática inversa de um braço robótico planar de dois elos apresenta a não linearidade das equações envolvidas.

Utilizando um método algébrico, foram apresentadas equações detalhadas Eq. (2) a Eq. (6) que permitem determinar as variáveis articulares correspondentes a uma posição e orientação específica do efetuador final do robô, como mostra a Figura 1, com a explicação dos símbolos fornecida na Tabela 1.

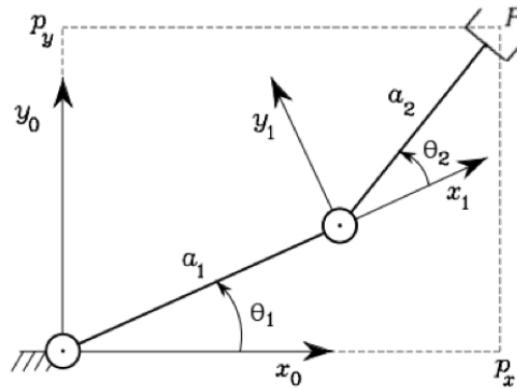


Figura 1. Esboço de um braço robótico com dois elos e um efetuador final na postura do cotovelo para baixo. Fonte: adaptado de SICILIANO *et al.* (2009)

Símbolo	Significado
$\theta_1 \& \theta_2$	Ângulo com o eixo x_0 , e entre o primeiro e segundo elo
$a_1 \& a_2$	Comprimento do elo 1 e elo 2
$p_x \& p_y$	Posição do efetuador final em x e y

Tabela 1. Símbolos utilizados no problema da cinemática inversa.

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2, \quad p_x = a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \varphi, \quad p_y = a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \varphi. \quad (2)$$

Elevando p_x e p_y da Eq. (2) ao quadrado, somando-as, e isolando $\cos \theta_2$, obtemos

$$\cos \theta_2 = \frac{p_x^2 + p_y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}, \quad \sin \theta_2 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}. \quad (3)$$

A existência de uma solução na cinemática inversa está ligada à restrição $-1 \leq \cos \theta_2 \leq 1$, que define o espaço de trabalho acessível pelo braço do robô. Para resolver o problema, extraímos a raiz quadrada de ambos os lados da primeira equação em (3).

A determinação do ângulo θ_2 , que está relacionada à posição do cotovelo do robô (positivo para baixo e negativo para cima), é feita usando a função "Atan2(x , y)". Esta função considera os sinais dos argumentos para determinar o quadrante correto do ângulo dentro do intervalo de 0 a 2π , assegurando uma representação precisa da posição do robô.

$$\theta_2 = \text{Atan2}(\text{sen}\theta_2, \cos\theta_2), \quad (4)$$

Substituindo a equação (4) nas equações (2), obtemos:

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{(a_1 + a_2\cos\theta_2)py - a_2\text{sen}\theta_2 px}{p_x^2 + p_y^2}, \quad \cos\theta_1 = \frac{(a_1 + a_2\cos\theta_2)px - a_2\text{sen}\theta_2 py}{p_x^2 + p_y^2}. \quad (5)$$

O valor de θ_1 é calculado a partir da seguinte equação:

$$\theta_1 = \text{Atan2}(\text{sen}\theta_1, \cos\theta_1). \quad (6)$$

2.3 Programação orientada a objetos

A Programação Orientada a Objetos (POO) é um modelo que se baseia na interação de objetos para executar tarefas específicas. Cada objeto é uma instância de uma classe, definindo atributos e métodos. Essa abordagem oferece organização, reutilização e modularidade no código. As principais características da POO incluem encapsulamento, herança e polimorfismo. Ela é amplamente usada em linguagens como Java, Python e C++, sendo reconhecida por sua eficácia no desenvolvimento de softwares complexos e escaláveis (MEYER, 1997; BOOCHE, 2001; BARNES, 2000).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram obtidos usando equações paramétricas para desenhar várias figuras geométricas, como círculos, rosáceas e cardioides. Após definir as coordenadas polares que descrevem a posição e orientação dos desenhos, os pontos foram iterados, aplicando cinemática inversa para mover os elos do manipulador e gerar as imagens nas figuras: Figura 2 e Figura 3.

O gráfico apresenta as seguintes informações: (a) a representação dos dois elos que compõem o manipulador, (b) a trajetória do movimento total descrito pelo efetuador final, incluindo o deslocamento e o desenho, (c) o deslocamento do efetuador final sem a atividade de desenho e, (d) o desenho final executado pelo efetuador.

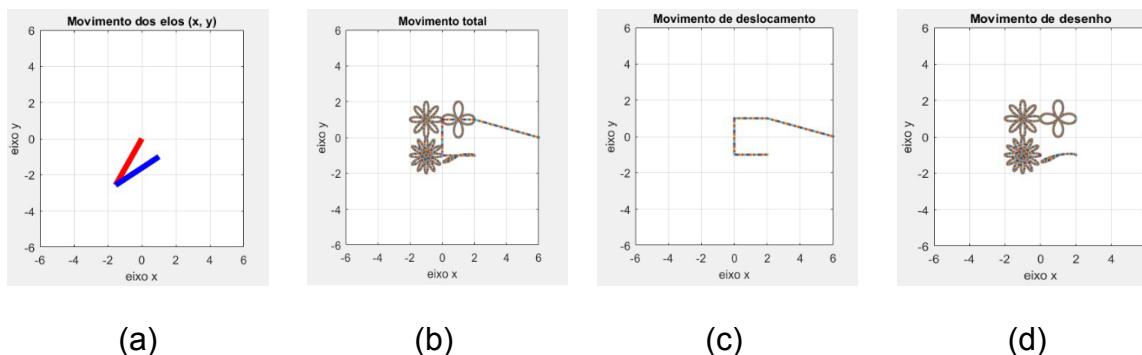


Figura 2. Representação do robô e suas trajetórias.

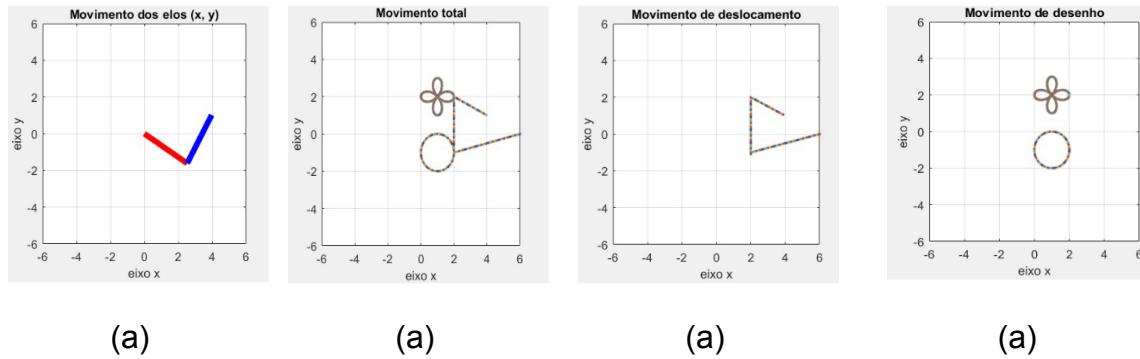


Figura 3. Representação do robô e suas trajetórias.

4. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma aplicação das equações de cinemática inversa em um robô manipulador do tipo RR com dois graus de liberdade para movimentos de rotação em um plano. Através da equação de cinemática inversa, foi possível calcular a posição e orientação desejada do manipulador. A implementação foi realizada com sucesso utilizando o software Matlab, e os resultados obtidos respeitam as leis da cinemática e as restrições da área de trabalho do robô.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARNES, D. (2000). **Object-oriented programming with Java: An introduction**. 1^a ed, Upper Saddle River, NJ: Pearson. ISBN: 978-0130869005.
- BOOCH, G., MAKSIMCHUK, R. A., ENGLE, M. W., YOUNG, B. J., NEWKIRK, J. W., HOUSTON, K., & CONALLEN, J. (2001). **Object-oriented analysis and design with applications**. 1^a ed, Old Boston, MA: Addison Wesley. ISBN: 978-0201895513.
- LAY, David C. (2012). **Linear Algebra and Its Applications**. 1^a ed, Boston: Addison-Wesley. ISBN: 978-8521622093.
- MEYER, B. (1997). **Object-Oriented Software Construction**. 1^a ed, Old Tappan, NJ: Prentice Hall. ISBN: 978-0136291558.
- SICILIANO, B., SCIACCO, L., VILLANI, L., & ORIOLO, G. (2009). **Robotics. In Advanced Textbooks in Control and Signal Processing**. Springer, London.
- SPONG, M., HUTCHINSON, S., & VIDYASAGAR, M. (2006). **Robot Modeling and Control**. Nashville, TN: John Wiley & Sons.