DIFERENÇA ENTRE AS APROXIMAÇÕES CIRCULAR E ELÍPTICA PARA DESCREVER A ÓRBITA DA TERRA AO REDOR DO SOL

GODINHO, Jamil Saleh[1]; DIAS, Christian Rosa[2]; TUSNSKI, Luis Ricardo Moretto[3]; MARQUES, Nelson Luiz Reyes[4]; BECK, Vinicius Carvalho[5]

[1]*IFSul – CAVG – jamilsalehg@gmail.com*
[2]*IFSul CAVG – christianrds71@gmail.com*
[3]*IFSul – CAVG –* luistusnski@ifsul.edu.br
[4]*IFSul – CAVG –* nelsonmarques@ifsul.edu.br
[5]*IFSul – CAVG –* viniciusbeck@ifsul.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Durante séculos acreditou-se que os planetas se moviam em órbitas circulares perfeitas em torno da Terra, junto com a Lua e o Sol. Essa ideia foi proposta primeiramente por Aristóteles na Grécia Antiga e posteriormente aperfeiçoada pelo astrônomo grego Ptolomeu, sendo aceita pela maioria dos cientistas até meados do século XVI. No entanto, tal concepção foi superada por meio das contribuições dos astrônomos e matemáticos Nicolau Copérnico, polonês, e Johannes Kepler, alemão. Copérnico defendeu que o centro das órbitas planetárias é o Sol, e não a Terra. Kepler observou que as órbitas planetárias não são perfeitamente circulares, mas sim elípticas, com o Sol em um dos focos da elipse. Essas descobertas revolucionaram a Astronomia e a compreensão dos movimentos planetários.

Porém, mesmo se tratando de uma área amplamente explorada, esta ainda requer grande esforço por parte dos estudiosos para que se possa chegar em resultados aproximados para os comprimentos de elipses. Podemos tomar por exemplo o trabalho de Silva (2014), que chega a uma aproximação do valor da elipse por meio da série binomial de Newton, e, também, o estudo de Pedrosa (2018), que desenvolve matematicamente um esquema computacional envolvendo a fórmula clássica de Wallis, e, após resolver a integral do seno às potências pares chega em um valor aproximado ao de Silva (2014).

Embora na literatura o cálculo aproximado do comprimento da elipse seja conhecido, tanto dentro de nosso sistema solar, quanto de outros sistemas, o envolvimento de integrais trigonométricas com esses valores é pouco explorado na literatura especializada, como observado por nós em um primeiro levantamento realizado em obras que tratam de Cálculo Integral como Anton, Biven e Davis (2007), Ávila (2011), Flemming e Gonçalves (2006), Guidorizzi (2011), Leithold (1994) e também Morettin, Hazzan e Bussab (2010), que apesar de tratarem de métodos para a resolução de Integrais Trigonométricas, não abordam aplicações deste tipo de técnica em outras áreas do conhecimento.

A fórmula utilizada por Pedrosa (2018), apresentada a seguir, calcula o comprimento da elipse, partindo da sua excentricidade ε e do comprimento do semieixo maior da órbita terrestre a:

$$L = 2\pi a \cdot \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \binom{1/2}{n} \cdot (-1)^n \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \cdot \varepsilon^{2n}\right]$$

Em que $\binom{1/2}{n} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{-3}{2}\right)\cdots\cdots\left(\frac{-(2n-3)}{2}\right)}{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$

Para $n = 3$, por exemplo:

$$L = 2\pi a \cdot \left[1 - \frac{1}{4}\varepsilon^2 - \frac{3}{64}\varepsilon^4 - \frac{5}{256}\varepsilon^6\right]$$

Aonde:
π ≅ 3,141592
ε ≅ 0,016710 (Excentricidade da órbita da Terra)
a ≅ 149.598x10^6 (Semieixo maior da órbita terrestre)

Outra forma de calcular o comprimento da órbita terrestre seria considerar o cálculo padrão do comprimento da circunferência para as órbitas de planetas dentro do nosso sistema solar, ou seja, obter este comprimento através da expressão C=2·π·R. Neste caso, tanto o semieixo maior quanto o semieixo menor seriam aproximados por *R.*

O objetivo deste trabalho é comparar os valores obtidos para o comprimento de órbita aproximando a órbita terrestre ao redor do sol de uma circunferência e os valores obtidos calculando o comprimento de órbita pela fórmula do comprimento de elipses apresentada mais recentemente na literatura especializada.

2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada foi a pesquisa bibliográfica (MARCONI; LAKATOS, 2022), por meio da utilização de fórmulas de aproximação do comprimento de elipses obtidas a partir da resolução de integrais de potências da função seno, utilizando-se da clássica Fórmula de Wallis já conhecida na literatura (PEDROSA, 2018; SILVA, 2014).

Partindo da fórmula apresentada por Pedrosa (2018) para o cálculo do comprimento da elipse, os resultados foram comparados com outros obtidos pela fórmula padrão para o cálculo do comprimento da circunferência, utilizando um total de seis casas decimais para arredondar o valor irracional π (3,141592). Os cálculos foram primeiramente desenvolvidos manualmente, e depois utilizando um compilador Python. Os valores do semieixo maior e excentricidade de órbita utilizados foram obtidos no site da NASA (2023).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Por meio da utilização dos dados da NASA (2023), e em seguida, comparando os resultados obtidos após a utilização da fórmula para o cálculo do comprimento de elipses desenvolvida por Pedrosa (2018) com os resultados obtidos considerando a órbita como uma circunferência, constatou-se uma diferença de aproximadamente 6,54221446762x10^4 km. Na Figura 1, a seguir, apresentamos o código em linguagem Python desenvolvido para o cálculo do comprimento de órbita pela fórmula da elipse, considerando até $n = 3$, e, também, pela forma clássica da circunferência.

Figura 1 – Código em Python para Cálculo do Comprimento

```
import math

a = 149597887.5 #semi-major axis
epsilon = 0.016710 #eccentricity

term1 = 1 - (1/4) * epsilon**2 - (3/64) * epsilon**4 - (5/256) * epsilon**6
term2 = 2 * math.pi* a

L = term2*term1

print(L)
```

Fonte: Autoria própria.

Notou-se também que o valor de *n* tem pouca influência quando utilizamos *n* maior do que 3. Exemplificando, quando temos *n=3* encontramos $9{,}398856310291348\text{x}10^8$. Quando utilizamos *n=10* encontramos o valor $9{,}398856310291346\text{x}10^8$, uma diferença que aparece apenas na décima quinta casa decimal, ou seja, de $2\text{x}10^{-15}$. Para *n=3* ou maior, os valores aproximados do comprimento da órbita terrestre não apresentam diferenças significativas.

À primeira vista pode parecer uma grande diferença, se considerarmos as escalas da vida terrestre cotidiana, porém astronomicamente se trata de uma distância exígua. Podemos, por exemplo, comparar esta distância com a distância que a Lua se encontra da Terra, aproximados $3{,}884\text{x}10^5$ km, a qual é aproximadamente 6 vezes maior.

4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos nesta pesquisa, é possível dizer que o cálculo da órbita terrestre ao redor do sol, representando tal órbita como elipse ou como circunferência, apresenta resultados muito aproximados para ambos, considerando-se parâmetros astronômicos, ainda que estas sejam figuras geométricas distintas.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, H.; BIVEN, I.; DAVIS, S.; **Cálculo - Vol. 1**. 8ª ed. Porto Alegre. Bookman. 2007.

ÁVILA, G. **Cálculo de funções de uma variável - Vol. 1**. 7ª ed. Rio de Janeiro. LTC. 2011.

FLEMMING, D. V.; GONÇALVES, M.B. **Cálculo A:** funções, limite, derivação, integração. 6ª ed. São Paulo. Pearson Prentice Hall. 2006.

GUIDORIZZI, H.L. **Um curso de cálculo - Vol. 1**. 5º ed. Rio de Janeiro. LTC. 2011.

LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica - Vol. 1**. 3º ed. Cyro de Carvalho Patarra. São Paulo. Harbra ltda. 1994.

MARCONI, A. M.; LAKATOS, E. M. **Metodologia Científica**. 8. ed. Barueri [SP]: Atlas, 2022. 373 p.

MORETTIN, P. A.; HAZZAN S.; BUSSAB W. O. **Cálculo:** Funções de uma e várias variáveis. 2ª ed. São Paulo. Saraiva. 2010.

NASA. **Earth Fact Sheet**. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION (NASA). Disponível em: https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html\. Acesso em: 23 jun. 2023.

PEDROSA, A. D. F. **Potências do Seno:** do produto de Wallis ao comprimento da elipse. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE. 44f.

SILVA, J. P. A. Como calcular a área e o perímetro de uma elipse? **C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 3, p. 2-6, 2014.