

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA AMBIENTE NA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO INTERIOR DE UM SILO DE ARMAZENAMENTO DE GRÃOS

ANDRÉ RICKES¹; PÉTRA THALÍA DE TONI²; IGOR DA CUNHA FURTADO³; GUILHERME JAHNECKE WEYMAR⁴

¹Universidade Federal de Pelotas – andre.rickes@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – petra.toni157@gmail.com

³Instituto Federal Sul-rio-grandense – igorjara@gmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – guilhermejahnecke@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho busca analisar a influência que a temperatura do ambiente possui sobre o processo de transferência de calor que ocorre dentro de um silo contendo grãos, com o objetivo de contribuir para a diversa gama de artigos e trabalhos nessa área, que trazem diferentes soluções matemáticas, sendo elas analíticas e/ou numéricas, para modelos de transporte de calor.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foram utilizados como referências os trabalhos de STARK (2018) e SANTOS (2020). Nestes dois trabalhos, os autores exploram modelos de transferência de calor em silos contendo arroz, e apresentam soluções analíticas para modelos unidimensionais e bidimensionais utilizando métodos de separação de variáveis e *Generalized Integral Laplace Transform Technique* (GILTT). Os autores utilizam dados de experimentos realizados em um protótipo de silo de armazenamento de arroz, com o propósito de validar as metodologias utilizadas, as quais se mostraram satisfatórias em fornecer soluções matemáticas coerentes com o fenômeno físico analisado, e que proveem boas aproximações para os dados observados no experimento. Contudo, nota-se que tais estimativas dizem respeito a um experimento realizado em um curto período do tempo (24 horas), sendo que a previsão e o controle dos processos físicos e químicos que ocorrem dentro de um silo industrial podem durar meses, a fim de garantir a boa qualidade do produto estocado durante esse período.

Visto isso, no presente trabalho, será apresentada a solução numérica encontrada pelo método de diferenças finitas para um modelo bidimensional de transferência de calor em coordenadas cilíndricas, nas direções radial e vertical, e transiente, que fornece uma estimativa para a temperatura interna de um silo de armazenamento de arroz durante o período de um ano. No modelo matemático a ser resolvido, será considerado que a temperatura no exterior do silo é variável em função do tempo, com o objetivo de que seja analisada a influência dessa grandeza no processo de troca de calor que ocorre no interior da estrutura.

2. METODOLOGIA

Neste trabalho, foi utilizado um modelo de transferência de calor que é fundamentado pelo princípio da conservação de energia e por hipóteses dadas por SANTOS (2020), que permitem a modelagem matemática do problema. Será utilizado um modelo bidimensional, em coordenadas cilíndricas, e transiente, baseado na equação diferencial parcial (EDP) a seguir:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad 0 < r < R_s, \quad 0 < z < H_s, \quad t > 0, \quad (1)$$

onde $T = T(r, z, t)$ é a temperatura interna dos grãos (em °C); r e z são as coordenadas radial e vertical do interior do silo (em m), respectivamente; t representa o tempo de experimento (em h); α é o coeficiente de difusividade térmica do grão (em m^2/h); R_s e H_s representam o raio e a altura máxima de grãos (em m), respectivamente.

Para as condições de contorno do modelo, considera-se que a base do silo é isotérmica, que o topo e as paredes do silo estão sujeitos à temperatura do exterior, e que a temperatura interna do sistema é limitada, representadas pelas equações

$$\begin{cases} T(r \rightarrow 0) \leq M, \quad M \in \mathbb{R}; & T(r = R_s) = T_{amb}; \\ \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; & T(z = H_s) = T_{amb}; \end{cases} \quad (2)$$

onde T_{amb} representa a temperatura ambiente, isto é, no exterior do silo (em °C), a qual, nesse trabalho, será considerada dependente do tempo.

Por fim, para a condição inicial do modelo, considera-se que a temperatura é a mesma em todos os pontos do silo

$$T(r, z, 0) = T_{inicial} \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

Para obter a solução desse modelo, será utilizado o método de diferenças finitas (MDF), que consiste, primeiramente, na discretização do domínio do problema em um número finito de elementos de mesmas dimensões.

Para isso, definem-se os números m e n de subtintervalos criados nas direções radial e vertical, respectivamente, e a variação temporal Δt suficientemente pequena, de modo que esses valores garantam a convergência e estabilidade da solução numérica. Tomando $\Delta r = R_s/m$ e $\Delta z = H_s/n$, definem-se as coordenadas da malha de discretização por $r_i = i \cdot \Delta r$, $z_j = j \cdot \Delta z$ e $t_k = k \cdot \Delta t$, para cada índice $i = 0, 1, \dots, m$, $j = 0, 1, \dots, n$ e $k = 0, 1, \dots$

Assim, em cada ponto (r_i, z_j) e em cada instante t_k , são aproximadas as derivadas parciais presentes na equação (1), pelos respectivos quocientes de diferenças finitas

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{(r_i, z_j, t_k)} = \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}}{\Delta t}, & \left. \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right|_{(r_i, z_j, t_k)} = \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta z^2}, \\ \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{(r_i, z_j, t_k)} = \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta r}, & \left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{(r_i, z_j, t_k)} = \frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta r^2}; \end{cases} \quad (4)$$

onde foi utilizada a notação $T_{i,j,k} = T(r_i, z_j, t_k)$.

Substituindo as equações (4) em (1) e rearranjando os termos obtidos, chega-se à seguinte equação:

$$\begin{aligned} T_{i,j,k+1} &= \lambda_r \left[\left(1 + \frac{\Delta r}{2r_i}\right) T_{i+1,j,k} + \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_i}\right) T_{i-1,j,k} \right] + (1 - 2\lambda_r) T_{i,j,k} \\ &+ \lambda_z (T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}), \end{aligned} \quad (5)$$

onde $\lambda_r = \alpha \Delta t / \Delta r^2$ e $\lambda_z = \alpha \Delta t / \Delta z^2$.

Além disso, adequando as condições de contorno da equação (2) pelo MDF, obtém-se, para cada $i = 0, 1, \dots, m$, $j = 0, 1, \dots, n$ e $k = 0, 1, \dots$, que

$$T_{m,j,k} = T_{amb}(t_k); \quad T_{i,-1,k} = T_{i,1,k}; \quad T_{i,n,k} = T_{amb}(t_k). \quad (6)$$

Quanto ao comportamento da temperatura próximo ao centro do silo (isto é, quando $r \rightarrow 0$), utiliza-se a regra de L'Hospital para eliminar a indeterminação causada pelo termo $\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}$ em (1) e obtém-se uma nova equação diferencial parcial, que, por sua vez, é resolvida pelo MDF, utilizando os mesmos passos descritos acima.

Dessa forma, nota-se que a equação (5) descreve uma iteração temporal, onde cada termo $T_{i,j,k+1}$ é calculado através de operações entre os termos $T_{i,j,k}$ já encontrados em iterações anteriores. O termo inicial dessa iteração é adaptado através da condição inicial (3):

$$T_{i,j,0} = T(r_i, z_j, 0) = T_{inicial}. \quad (7)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da solução numérica encontrada em (5), foram realizadas simulações computacionais, através do software online *Google Colaboratory*, para a estimativa da transferência de calor que ocorre dentro de um silo contendo arroz, com o objetivo de que seja analisada a forma com a qual a temperatura ambiente influencia no transporte de calor no interior da estrutura. Foram considerados os parâmetros experimentais dados na Tabela 1, baseados no padrão de silos industriais de armazenamento de arroz (KEPLER WEBER, 2022; DOTTO et al, 2016).

Parâmetro	$T_{inicial}$	R_s	H_s	α
Valor	25 °C	7,925 m	14,05 m	$1,1772 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{h}$

Tabela 1. Parâmetros utilizados para as simulações computacionais

Para a temperatura ambiente, foi utilizada a equação (8), encontrada, através do método de mínimos quadrados, por NÓBREGA (2021), para o qual o autor utilizou dados meteorológicos da temperatura na cidade de Pelotas/RS durante cada dia do ano de 2016:

$$T_{amb}(t) = 17,80 + 6,29 \sin\left(\frac{2\pi}{366}t + 1,24\right). \quad (8)$$

A Figura 1 apresenta, em vermelho, a previsão da temperatura interna do silo em dois pontos fixos, à medida em que o tempo de análise aumenta. Na Figura 1a, está a temperatura no ponto de coordenadas $r = 1,45 \text{ m}$ e $z = 2,81 \text{ m}$, e, na Figura 1b, tem-se a temperatura no ponto $r = 5,04 \text{ m}$ e $z = 8,94 \text{ m}$. Junto de cada estimativa, está, em azul, o gráfico da função $T_{amb}(t)$, para possibilitar a comparação entre o processo de transferência de calor e a temperatura no exterior do silo.

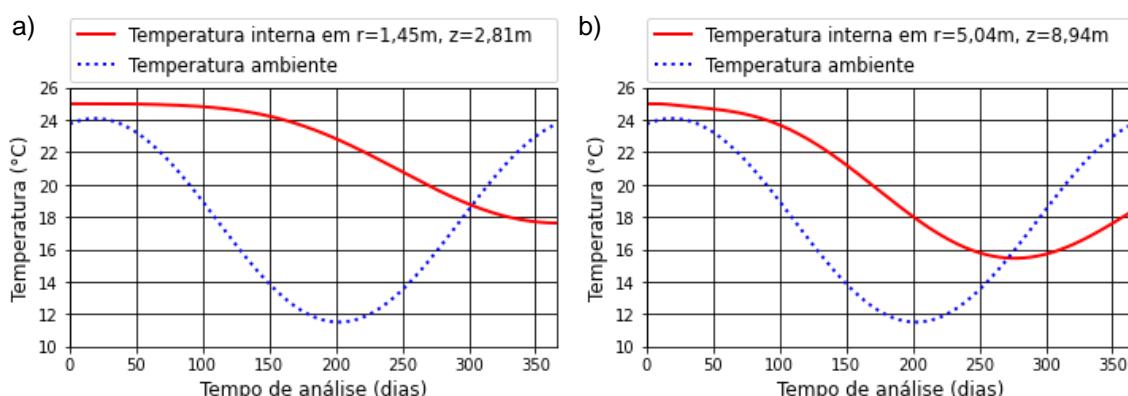


Figura 1. Comparação entre a temperatura interna em dois pontos do interior do silo e a temperatura em seu exterior

Podemos notar que, não havendo no sistema outra fonte de calor além do exterior do silo, esta é a única grandeza que causa mudanças na temperatura interna da estrutura, sendo que, durante o tempo de análise, foi estimado que a variação total da temperatura pode atingir 9°C. Ainda, é possível notar que, em pontos mais próximos da superfície do silo (Figura 1b), a variação da temperatura ocorre mais rapidamente do que em pontos localizados mais ao centro da estrutura, como pode-se perceber analisando a temperatura por volta do 150º dia de análise (em torno de 24,2 °C no ponto da Figura 1a e 21,2°C no ponto da Figura 1b). Essa diferença nas taxas de decrescimento da temperatura nos distintos pontos de análise era esperada, devido às condições de contorno do problema, ao descreverem que a temperatura na superfície da estrutura de armazenamento é igual à temperatura ambiente, que é menor do que a temperatura dos grãos nesse período.

Dessa forma, a temperatura no ponto $r = 5,04\text{ m}$ e $z = 8,94\text{ m}$ varia com maior intensidade ao buscar atingir o equilíbrio com a temperatura ambiente, pelo princípio da conservação de energia. Esse fato pode ser observado no período entre o 50º e o 250º dia de experimento, no qual a temperatura ambiente é mais baixa do que a temperatura no interior do silo, causando um transporte de calor de dentro para fora da estrutura e, portanto, o resfriamento dos grãos armazenados (sendo os níveis próximos à superfície da estrutura os que variam mais rapidamente).

4. CONCLUSÕES

Nesse trabalho, foi encontrada a solução numérica para o modelo de transferência de calor em silos que foi proposto, e foram realizadas simulações computacionais que permitiram a análise da influência das condições de contorno sobre o processo físico que ocorre no interior da estrutura, levando à conclusão de que a temperatura interna dos grãos sofre influência da temperatura ambiente à medida em que esta varia, principalmente em camadas próximas à superfície do silo. Esse resultado permite que medidas de controle da temperatura interna de silos sejam tomadas com maior precisão, buscando a conservação do produto armazenado.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DOTTO, G. L.; PINTO, L. A. A.; MOREIRA, M. F. P. Determination of the effective thermal diffusivity in a porous bed containing rice grains. **Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 887 - 896, 2016.
- KEPLER WEBER. **Produtos – Kepler Weber**: soluções para armazenagem agrícola e movimentação de granéis sólidos, c2022. Disponível em: <<https://www.kepler.com.br/produtos/silos-1/silos-planos>>
- NÓBREGA, E. S. B. **Abordagem analítica para análise térmica dos trocadores de calor solo-ar na cidade de Pelotas/RS**. 2021. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática.) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Federal de Pelotas.
- SANTOS, M. V. H. **Modelagem da transferência de calor entre as massas de grãos de arroz em um silo armazenador**. 2020. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Universidade Federal de Pelotas.
- STARK, F. **Estudo do comportamento da temperatura de grãos armazenados em um silo através de um modelo matemático**. 2018. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Agrícola) – Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas.