PROPORÇÃO SIMPLES OU MÚLTIPLA? ANÁLISE DE UMA SITUAÇÃO DE EXPRESSÃO NUMÉRICA

RITA DE CÁSSIA DE SOUZA SOARES RAMOS[1];
JOÃO ALBERTO DA SILVA[2]

[1] *Universidade Federal do Rio Grande – FURG – ritamatematica@gmail.com*
[2] *Universidade Federal do Rio Grande – FURG – joaosilva@furg.br*

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é descritivo e analítico, de cunho teórico, sob a perspectiva da Didática da Matemática, e objetiva apresentar a análise de uma expressão numérica contendo multiplicações e divisões sob o viés da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud. A situação foi extraída de um livro didático do sexto ano do Ensino Fundamental, no qual se espera que os estudantes tenham domínio das quatro operações, cuja síntese consiste em situações resultantes em expressões numéricas.

Duas formas de conhecimento são anunciadas por VERGNAUD (2007): a forma operatória, na qual o sujeito age sobre a situação, podendo ou não ter sucesso, e a forma predicativa, quando o sujeito é capaz enunciar seus objetos de pensamento, relações e propriedades. A escrita das expressões numéricas a partir de um problema necessita da forma predicativa do conhecimento.

VERGNAUD (2009) afirma que a aprendizagem se dá por meio da produção de esquemas ao se deparar com situações a serem resolvidas. Na TCC, não há sentido em se analisar conceitos, mas sim campos conceituais (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Desta forma, analisa-se uma situação que faz parte do Campo Conceitual Multiplicativo, de relação quaternária. A discussão versa sobre a possibilidade desta se apresentar, e, por conseguinte ser resolvida, como eixo de proporção simples ou proporção dupla, conforme classificação de MAGINA, MERLINI; SANTOS (2016).

No Campo Conceitual Multiplicativo, uma relação quaternária diz respeito a proporções, estas que podem ser simples, múltiplas ou duplas. Conforme VERGNAUD (2009), proporções simples compõem multiplicações, divisões por quota, divisões por partição ou ainda problemas de quarta proporcional. A combinação de duas proporções, segundo VERGNAUD (1993) “não conduz aos mesmos problemas cognitivos” (p. 15). O autor afirma que se existe o encadeamento das funções que ligam as variáveis duas a duas trata-se de uma proporção múltipla, e no caso das variáveis se relacionarem duas a duas, com uma independência, trata-se de uma proporção dupla, na qual uma quantidade é diretamente proporcional a outras duas quantidades (VERGNAUD, 1993; MAGINA, MERLINI; SANTOS, 2016).

2. METODOLOGIA

Este trabalho é parte de uma pesquisa a respeito das situações de expressões numéricas em livros didáticos de sexto ano, que analisa de forma mais abrangente problemas contidos em coleções de livros utilizadas nas escolas da rede pública de Pelotas, elencadas segundo o Programa Nacional do Livro e

Material Didático de 2020, e apresenta a análise de uma situação de expressão numérica contendo multiplicações e divisões sob o viés da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud.

A escolha da situação se deu pelo seu caráter múltiplo de interpretações, os quais serão apresentados nos resultados. Além disso, a mesma foi classificada segundo categorias *a priori*: verbo do enunciado, expressão numérica, campo conceitual, relações, eixo, classe, tipo, diagrama, operação e complexidade.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A situação escolhida diz respeito a um problema no qual se deve identificar qual expressão numérica corresponde ao enunciado, sendo uma questão de múltipla escolha, conforme Figura 1.

Figura 1 – Situação de expressão numérica do campo conceitual multiplicativo

2. (CMB-DF) Um feirante comprou 15 "quilos" (kg) de alho para vender em pacotes de 150 gramas (g). Ao final do dia, ele tinha vendido a metade dos pacotes. Dentre as opções abaixo, a única que apresenta a sequência de operações que determina a quantidade de pacotes que restaram ao final do dia é:

a) [(15 × 100) : 150] : 2.
b) [(15 : 100) : 150] × 2.
c) [(15 : 1000) × 150] : 2.
d) [(15 : 100) : 150] × 2.
e) [(15 × 1000) : 150] : 2.

Fonte: SILVEIRA (2015, p.135).

O passo a passo da resolução (heurística) deste problema pode ser descrito como: *primeiro você verifica quantos gramas de alho foram comprados, para isso, precisa converter os quilogramas em gramas. Como um quilograma equivale a mil gramas, então 15 quilogramas equivalem a 15 vezes mil gramas. Este subtotal irá operar com os outros, portanto podemos isolá-lo ou separá-lo por meio de parênteses. Dentro dos parênteses temos a quantidade de gramas de alho. Em cada pacote cabem 150 gramas de alho, então, para saber o número de pacotes, temos a proporção: um pacote tem 150 gramas, quantos pacotes terão o que a quantidade denotada no interior dos parênteses? Assim, dividimos o total do interior dos parênteses por 150, obtendo, assim, a quantidade de pacotes. Outra operação será realizada sobre este subtotal,então de igual maneira isola-se, desta vez em colchetes. Sabe-se que a metade foi vendida, então divide-se por dois o resultado do interior dos colchetes.*

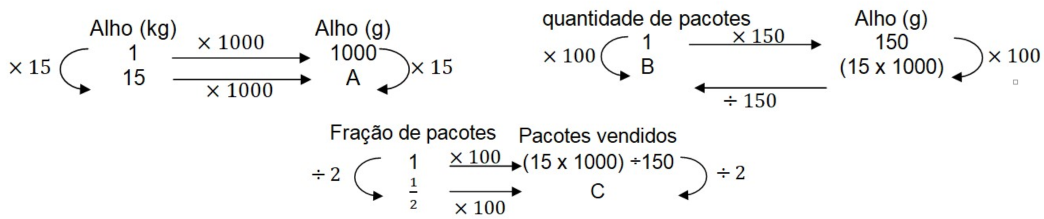
A expressão numérica resultante desta expressão é [(15 x 1000) ÷ 150] ÷ 2, identificada como item (e) da questão.

A montagem da expressão em sua forma algébrica necessitou, durante o passo a passo, de diversas proporções. O raciocínio que leva a essas proporções pode ser esquematizado como diagramas, ou esquemas sagitais, propostos por VERGNAUD (2009) para a representação de problemas de proporção. Neste trabalho propomos duas representações: a de proporções simples (Figura 2) e a de proporção dupla (Figura 3), apresentando as possibilidades existentes na função bilinear para o caso da proporção dupla.

Proporção simples

Identificamos uma relação quaternária, de eixo proporção simples, composta por três passos. De VERGNAUD (2009) temos que a comparação entre as medidas pode se dar pelo operador escalar, que compara uma grandeza consigo mesma, não tendo unidade de medida, e pelo operador funcional, que compara duas grandezas, resultando em uma medida produto ou uma medida quociente. Neste caso, temos uma conversão de medidas, e extrapolando, teremos a grandeza g/kg, de ordem 1000. Assim, o operador funcional desta proporção é 1000 g/kg, resultando que 15 kg × 1000g/kg é 15000 g. Caso se opte pelo operador escalar 15 o resultado necessariamente é o mesmo.

Figura 2 – Diagramas de proporções simples



Fonte: os autores, a partir de VERGNAUD (2009)

O primeiro diagrama diz respeito à mudança de unidade de quilograma para grama, com operador escalar 15, e operador funcional 1000 gramas por quilograma, sendo o quarto elemento da proporção desconhecido, resultando, assim, em uma multiplicação.

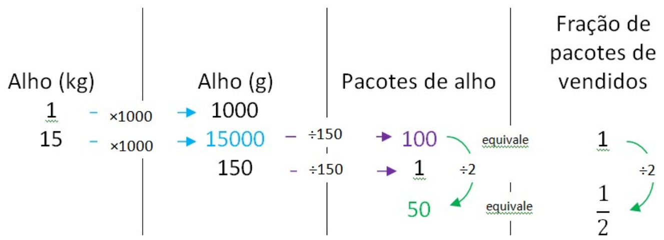
O segundo passo consiste em uma proporção entre o número de pacotes de alho e quantos gramas de alho cabem no pacote, buscando saber o número de pacotes, com o terceiro elemento desconhecido, o que resulta em uma divisão: para encontrar o escalar, temos, portanto, 15000 dividido por 150 resultando no escalar 100; e para o operador funcional temos 150 gramas de alho por pacote, dividindo o total de gramas de alho por 150 e encontrando a quantidade de pacotes, 100. Ressalta-se que não importa o operador, necessariamente o resultado é o mesmo, pelas propriedades da proporção.

Por fim, o problema apresenta que metade dos pacotes de alho foi vendida, ou seja, o total de pacotes, encontrado no passo anterior, 100, deve ser multiplicado por ½ ou dividido por 2, este é um problema de proporção com escalar dado, não havendo necessidade de buscá-lo para a resolução do problema. Como esta relação envolve mais de um passo distinto, denominados de relação multiplicativa complexa, ainda que de proporção simples.

Proporção Múltipla

Trata-se aqui de um encadeamento de proporções, com grandezas dependentes entre si, conforme Figura 3.

Figura 3 – Diagrama referente à proporção múltipla



Fonte: Os autores, a partir de VERGNAUD (1993)

Neste caso, pode-se perceber o encadeamento das proporções pelas cores que as identificam, azul representando A, roxo representando B e verde representando C. Na organização do diagrama pela proporção múltipla é possível relacionar as diferentes grandezas do problema, destacando-se um raciocínio proporcional mais avançado e a escrita da expressão numérica [(15x1000)÷150]÷2 de forma mais evidente.

4. CONCLUSÕES

A situação descrita pode ser representada tanto por múltiplas proporções simples quanto por uma proporção múltipla, no entanto, o diagrama de proporção múltipla permite relacionar diferentes grandezas de forma mais uniforme, estabelecer outras conexões entre as medidas descritas no problema.

Considerando que a representação dessas expressões leva em conta processos cognitivos diferenciados, e que a escrita da expressão numérica resultante sintetiza tais relações, sugere-se trabalhar com diagramas de proporção múltipla destacando as relações entre cada uma das variáveis, sem a necessidade de estratagemas como regra de três, para assim organizar de forma funcional o pensamento operatório e dele partir para representações predicativas.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO; J. A.; BARRETO, M. C,; BARGUIL, P. M.; MAIA, D. L.; PINHEIRO, J. L. **Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: Editora CRV, p.66-82, 2016.

SILVEIRA, Ê. **Matemática: compreensão e prática.** 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, n. 1, p. 75-90, 1986.

VERGNAUD, G. ¿En qué sentido la Teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar Aprendizaje Significativo? **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, 2007, p.285-302.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In NASSER, L. (Ed.) In: **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO**, 1, 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro, 1993, p. 1-26.