

SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL DE NÊUTRONS PELO MÉTODO DE PICARD PARA REATIVIDADE DEPENDENTE DO TEMPO

CAMILA EHLERT LINDEMANN¹; RODRIGO ZANETTE²;
CLAUDIO ZEN PETERSEN³

¹*Universidade Federal de Pelotas – camilaehlertlindemann22@gmail.com*

²*Universidade Federal de Pelotas – rodrigozanette@hotmail.com*

³*Universidade Federal de Pelotas – claudio.petersen@ufpel.edu.br*

1. INTRODUÇÃO

Com o aumento da demanda da energia, devido à crise do petróleo em 1970, e as diversas vantagens em sua utilização, a energia nuclear ganhou um espaço considerável na matriz energética mundial.

A energia nuclear é uma alternativa importante para a geração de energia no mundo, devido a não liberação de gases tóxicos e de gases como o dióxido de carbono (CO₂), causadores do efeito estufa, responsável pelo aquecimento global e por alterações climáticas, atendendo ao Protocolo de Kyoto (1997) e ao Acordo de Paris (2015). Outra vantagem, é o espaço utilizado que é relativamente pequeno em comparação a outras fontes de energia, de modo que as usinas podem ser instaladas próximas a grandes centros de consumo, dispensando grandes linhas de transmissão, além de gerar energia em grande quantidade com a utilização de pouco material combustível, conforme destaca Tumelero (2015).

Para dispor de segurança e controle no reator, é necessário realizar estudos na área de física de reatores nucleares, com o objetivo de descrever a distribuição da população de nêutrons dentro do núcleo de um reator nuclear, para que possa haver intervenções em possíveis casos de alertas de acidentes.

De acordo com Schaun (2021) modelos matemáticos são grandes aliados para ciência em geral, salvo que os mesmos buscam descrever e explicar as situações físicas do problema. Um dos modelos mais utilizados na teoria de física de reatores são as equações da cinética, modelos aproximativos que estimam a distribuição da população de nêutrons de forma simplificada, e estas equações são divididas em Equações da Cinética Pontual de Nêutrons (ECPN) e Equações da Cinética Espacial de Nêutrons. As equações da cinética pontual consideram a variação da amplitude do fluxo com o tempo, assumindo total separabilidade no tempo e no espaço, na qual a forma espacial do fluxo é conhecida, tornando essas equações exclusivamente dependentes do tempo (PETERSEN, 2011a).

No desenvolvimento deste trabalho, buscam-se resolver as Equações da Cinética Pontual de Nêutrons para seis grupos de precursores de nêutrons atrasados, gerados no decaimento dos produtos da fissão nuclear. Para isto, propõe-se a utilização do Método de Picard, para obter as estimativas da densidade para diversos tempos, considerando a reatividade dependente do tempo e comparando os resultados numéricos encontrados com os presentes na literatura.

2. METODOLOGIA

As Equações da Cinética Pontual de Nêutrons são dadas por:



$$\frac{d}{dt}n(t) = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda}n(t) + \sum_{p=1}^P \lambda_p C_p(t) \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}C_p(t) = \frac{\beta_p}{\Lambda}n(t) - \lambda_p C_p(t) \quad (1b)$$

onde $p = 1, \dots, P$, $t \in [0, \infty)$, $n(t)$ é a densidade com relação ao tempo, t é a variável independente, $\rho(t)$ é a reatividade, β é a fração de nêutrons atrasados, Λ é o tempo de geração médio, λ_p é a constante de decaimento dos precursores, C_p é a concentração de precursores de nêutrons atrasados e β_p é a fração de nêutrons atrasados para cada grupo P . As condições iniciais das Eqs.(1) são $n(0) = n_0$ e

$$C_p(0) = \frac{\beta_p}{\Lambda} n_0.$$

Para a resolução das equações da cinética, propõe-se a utilização do Método de Picard, que consiste em desenvolver uma sequência iterativa de equações, no qual utiliza-se a integração como se fosse uma operação inversa, estimando aproximações sucessivas.

De maneira genérica, para um problema de valor inicial

$$\begin{aligned} y' &= f(x, y) \\ y(x_0) &= y_0 \end{aligned}, \quad (2)$$

onde $f(x, y)$ é uma função contínua num domínio $D \subset \mathbb{R}^2$, que contém (x_0, y_0) , sabe-se que a solução da Eq.(2) é também solução da equação integral

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y(t))dt. \quad (3)$$

Para iniciar o processo de iteração de Picard parte-se de uma função contínua $y_0(x)$, na qual $y_0(x) \equiv y_0$ constitui a aproximação inicial à solução da Eq.(2). A partir daí estabelece-se uma recursão definindo-se a primeira iteração como

$$y_1(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y_0(t))dt, \quad (4)$$

para a segunda iteração

$$y_2(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y_1(t))dt. \quad (5)$$

Iterando este processo até a enésima aproximação tem-se

$$y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y_{n-1}(t))dt, \quad n = 1, 2, \dots. \quad (6)$$

Essa sequência iterativa vai ir até uma ordem j de iterações, utilizando como

$$\text{critério de parada a solução } \left| \frac{y_j(x) - y_{j-1}(x)}{y_j(x)} \right| < \xi.$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A fim de testar a metodologia proposta, apresentam-se os resultados numéricos da densidade de nêutrons para um problema teste disponível na literatura (Ganapol, 2013). Para isto, os resultados foram gerados por um programa implementado no Software SciLab 6.1.0 em um notebook com as seguintes



configurações: Intel® Core™ i5 – 10210U, 8 GB de RAM, com sistema operacional de 64 bits.

Os parâmetros cinéticos utilizados encontram-se na Tabela 1. Considera-se a densidade de nêutrons inicial como $n(0) = 1 \text{ cm}^{-3}$ e a concentração de nêutrons atrasados como $C_i(0) = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda} n(0)$, para $i = 1:6$.

Tabela 1: Parâmetros cinéticos para um reator térmico com $\Lambda = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

i	β_i	$\lambda_i (\text{s}^{-1})$
1	0,000266	0,0127
2	0,001491	0,0317
3	0,001316	0,115
4	0,002849	0,311
5	0,000896	1,40
6	0,000182	3,87
	$\beta = 0,007$	

Para reatividade dependente do tempo, através da utilização dos parâmetros cinéticos da Tabela 1, resolvem-se as Equações da Cinética Pontual de Nêutrons pelo Método de Picard para inserção de reatividade Rampa. Considera-se a inserção de reatividade linear $\rho(t) = 0,1\beta t$, o passo de tempo $\Delta t = 0,0001 \text{ s}$ e a tolerância de $1,0 \cdot 10^{-6}$. Na Tabela 2 apresenta-se os resultados obtidos para a densidade de nêutrons para diferentes tempos, faz-se uma comparação com o método Backward Euler Finite Diference (BEFD) presente em Ganapol (2013) e destaca-se o erro relativo entre os dois métodos.

Tabela 2: Densidade de nêutrons em cm^{-3} para inserção de reatividade Rampa com $\Delta t = 0,0001 \text{ s}$.

Reatividade	$t(\text{s})$	Método de Picard	BEFD	Erro Relativo
$\rho = 0,1\beta t$	2	1,338200012	1,338200050	$2,840 \cdot 10^{-8}$
	4	2,228441833	2,228441897	$2,872 \cdot 10^{-8}$
	6	5,582052287	5,582052449	$2,902 \cdot 10^{-8}$
	8	42,78629443	42,78629573	$3,038 \cdot 10^{-8}$
	10	451163,6110	451163,6239	$2,815 \cdot 10^{-8}$
	11	1,792213681E+16	1,792213607E+16	$4,129 \cdot 10^{-8}$

A Tabela 2 apresenta excelentes resultados para a densidade de nêutrons pelo método de Picard, para reatividade do tipo Rampa, ocorrendo uma ótima comparação com os resultados do método BEFD. Podemos observar que o maior erro relativo ocorre em $t = 11 \text{ s}$, com valor de $4,129 \cdot 10^{-8}$.

Através dos testes realizados, considerando diferentes passos de tempo, observou-se que ao diminuí-lo, a solução tende a se aproximar mais dos resultados presentes na literatura.



4. CONCLUSÕES

A importância deste estudo está relacionada ao controle da densidade de nêutrons em um reator nuclear, que é fundamental para dispor de segurança nas operações. Nesta perspectiva, no presente trabalho, apresenta-se a solução das Equações da Cinética Pontual de Nêutrons através da utilização do método de Picard para reatividade do tipo rampa para diferentes tempos, comparando-se os resultados com os presentes na literatura.

De maneira geral, a facilidade de implementação do método que converge rapidamente foi o motivo para a escolha desta metodologia, além do caráter analítico da nossa solução, que para cada passo de tempo temos uma representação analítica tanto da densidade como das concentrações. Pode-se observar que o Método de Picard apresentou resultados excelentes quando comparados ao método Backward Euler Finite Difference (BEFD), presente em Ganapol (2013), tornando-se eficiente e viável para resolver as ECPN. Como perspectivas futuras, pretende-se continuar com os testes para outros tipos de reatividade e investigar a convergência do método.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GANAPOL, B. D. A highly accurate algorithm for the solution of the point kinetics equations. **Annals of Nuclear Energy**, 0306-4549, v.62, p.564–571, 2013.

PETERSEN, C. Z. **Solução Analítica das equações da Cinética Pontual e Espacial da Teoria de Difusão de Nêutrons pelas técnicas da GIT e Decomposição**. 2011. Tese de Doutorado – UFRGS, Porto Alegre / RS.

SCHAUN, N. B. **Solução das equações da Cinética Pontual de Nêutrons com efeitos de temperatura e venenos: Um estudo de caso do acidente em Chernobyl**. 2020. Dissertação de Mestrado – PPGMM/UFPEL, Pelotas.

TUMELERO, F. **Solução das Equações da Cinética Pontual de Nêutrons com e sem Retroalimentação de Temperatura pelo Método da Aproximação Polinomial em conjunto com a Continuação Analítica**. 2015. Dissertação de Mestrado – PPGMM/UFPEL, Pelotas.