



## ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES MECÂNICAS EM VIGAS COM BURACOS PRESCRITOS

TATIANE WEIMANN<sup>1</sup>;  
ALEXANDRE MOLTER<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pelotas – [tatiane.weimann@ufpel.edu.br](mailto:tatiane.weimann@ufpel.edu.br)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Pelotas – [alexandre.molter@ufpel.edu.br](mailto:alexandre.molter@ufpel.edu.br)

### 1. INTRODUÇÃO

A redução do peso de uma estrutura pode auxiliar na redução dos custos de um projeto estrutural. Essa redução de peso pode afetar o desempenho da estrutura, visto que pode influenciar diretamente em características técnicas do projeto. Assim, vê-se que o uso de estruturas leves e flexíveis está cada vez mais presente nos projetos atuais de engenharia, uma vez que diminui o custo operacional destes projetos, pelo menor uso de material. Entretanto, quando o peso da estrutura é reduzido, pode surgir uma nova problemática para o projeto, vibrações indesejadas. Essas vibrações, que geralmente têm grandes amplitudes, podem causar múltiplos problemas mecânicos nos sistemas, como fadiga e desgaste do material (DENIS, 2014), portanto devem ser controladas.

Existem diversas técnicas para o controle de vibrações, podendo ser classificadas em controle passivo e controle ativo. O controle passivo é aquele onde não há necessidade do uso de energia para que tenha o controle, mas sim, são incorporados ao sistema dispositivos e/ou restrições técnicas que absorvem, isolam ou dissipam a energia de vibração. Já o controle ativo é aquele que necessita de energia para que ocorra o controle, isto é, tem energia na atuação e no sensoriamento, tendo assim a diminuição da vibração (NICOLETTI, 2013). Ao se considerar estruturas do tipo vigas, uma forma de controle passivo é a utilização de buracos na estrutura (ZHAO, PRASAD, 2019).

Buracos prescritos em estruturas também podem ser utilizados para melhorar a eficiência de conversores/coletores de energia. Para a conversão de energia, utiliza-se coletores, normalmente materiais piezoelétricos, que são fixados ou embutidos nos locais onde há maior deformação estrutural. Para conversão de energia mecânica em elétrica, é fundamental ter-se conhecimentos da dinâmica estrutural, o que inclui a análise de vibrações (HE et al., 2021), para assim podermos projetar mecanismos de coleta da energia gerada pela estrutura por meio de suas vibrações. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é analisar as vibrações de uma viga engastada, considerando 1, 2 e 3 buracos centralizados, computando somente os dois primeiros modos de vibração e verificar como se dá a distribuição de tensões mecânicas nas estruturas. Para trabalhos futuros, o conhecimento da distribuição de tensões nas estruturas será muito importante, pois é a partir dele que será decidido quais os melhores locais para acoplar os materiais piezoelétricos, a fim de se converter energia mecânica em elétrica.

### 2. MODELAGEM DA DINÂMICA DA VIGA

Levando em conta o estado de deformação plana, o domínio da estrutura usado neste trabalho foi discretizado utilizando o Método de Elementos Finitos, sendo a estrutura analisada uma viga engastada em um de seus lados. Neste



trabalho considerou-se o vetor de forças nulo, no entanto, de forma genérica, levando em consideração  $f$  o vetor de forças, a equação global dinâmica da estrutura pode ser representada na forma:

$$\underline{M}\ddot{\underline{u}} + \underline{C}\dot{\underline{u}} + \underline{K}\underline{u} = f, \quad (1)$$

no qual as matrizes globais  $\underline{M}$ ,  $\underline{C}$  e  $\underline{K}$  representam a massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. O vetor  $\underline{u}$  é o deslocamento nodal de toda a estrutura.

Utilizou-se a superposição modal para a resolução da Equação (1). A solução modal é resultante do problema de autovalor e autovetor descrito por:

$$(\underline{K} - \omega^2 \underline{M})\phi = 0, \quad (2)$$

onde os autovalores  $\omega$  são as frequências naturais do sistema e  $\phi$  são os modos naturais que estão associados às frequências naturais.

Usando a matriz modal truncada, de acordo com BECKER et al. (2006), é possível modificar o vetor de deslocamento nodal em função das coordenadas modais ( $\underline{u} = \phi\eta$ ). Realizando algumas manipulações agélicas, chega-se no modelo modal para a dinâmica, que é:

$$\ddot{\eta} + Z\dot{\eta} + \Omega\eta = \underline{M}^{-1}f, \quad (3)$$

na qual,  $Z = \underline{M}^{-1}\underline{C} = diag(2\zeta_i\omega_i)$  e  $\Omega = \underline{M}^{-1}\underline{K} = diag(\omega_i^2)$ , sendo que o índice  $i$  representa o número de modos de vibrações a serem consideradas.

Por fim, considerando como variáveis de estado o deslocamento e a velocidade modal,  $\xi = [\eta \dot{\eta}]^T$ , pode-se reescrever a Equação (3) na forma de espaço de estados da seguinte maneira:

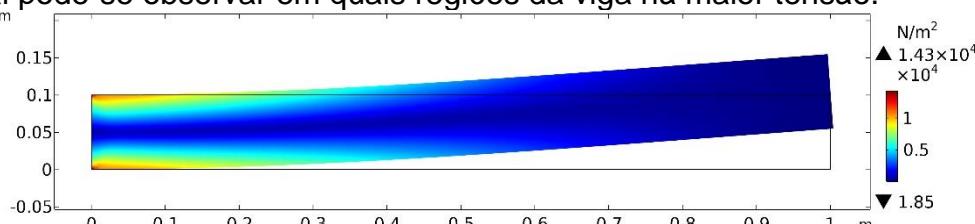
$$\dot{\xi} = A\xi + Bf, \quad (4)$$

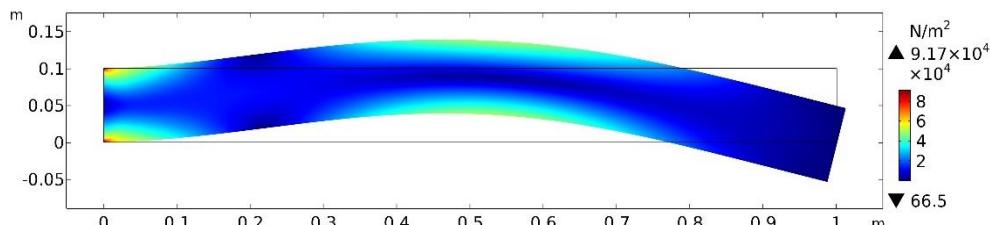
onde:  $A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -\Omega & -Z \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ \underline{M}^{-1} \end{bmatrix}$ , sendo  $A$  é a matriz do sistema e  $B$  é a matriz de controle.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações foram realizadas no software comercial COMSOL, em colaboração com o doutorando Meng He, estudante da Universidade de Ciência e Tecnologia de Huazhong, em Wuhan, na China. A malha de Elementos Finitos utilizada foi de 204 elementos em  $x$  e 19 elementos em  $y$ , tendo a viga 1m de comprimento por 0,1m de altura. O material utilizado para as constantes constitutivas foi o Alumínio, com módulo de Young ( $E$ ) igual a  $65 \times 10^9 GPa$ , densidade ( $\rho$ ) igual a  $2890 kg/m^3$  e coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,334 (MOLTER et al., 2010). Para as considerações aqui apresentadas, é importante lembrar que, neste trabalho, considerou-se a análise de vibrações livres. Também é importante ressaltar que foram considerados os dois primeiros modos transversais da viga.

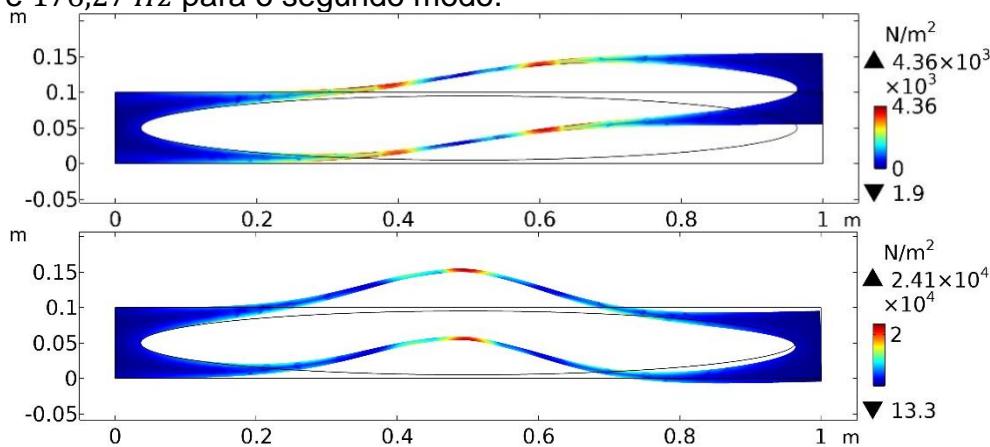
Na Figura 1, está representado o primeiro e segundo modos de vibração da viga sem buraco, tendo como frequência 76,161 Hz e 456,58 Hz, respectivamente, no qual pode-se observar em quais regiões da viga há maior tensão.





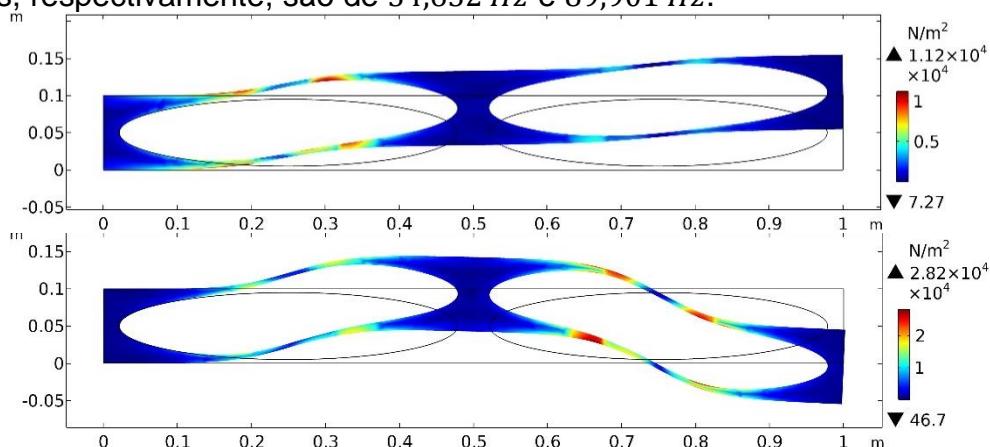
**Figura 1:** Representação da tensão para o primeiro e segundo modos – Viga sem buraco.

Os dois primeiros modos da viga com um buraco são mostrados na Figura 2, juntamente com suas tensões. Suas frequências são de 17,2 Hz para o primeiro modo e 176,27 Hz para o segundo modo.



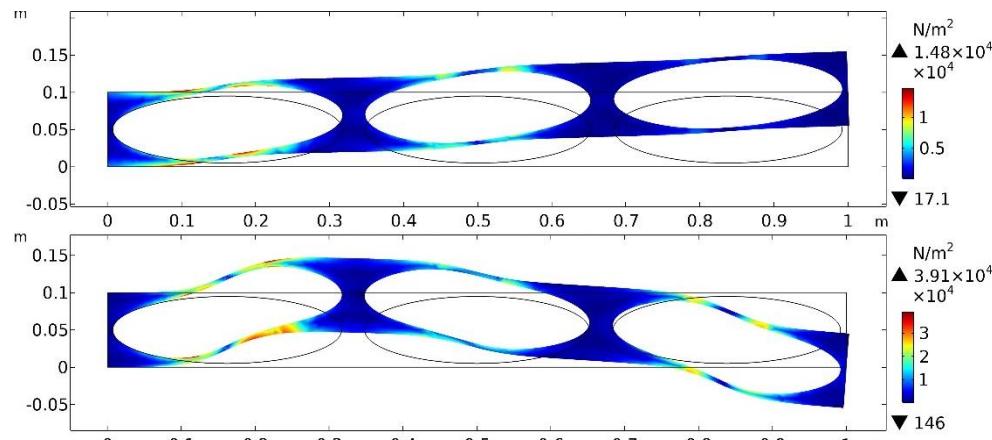
**Figura 2:** Representação da tensão para o primeiro e segundo modos – Viga com um buraco.

A próxima configuração a ser analisada é a viga com dois buracos. Os locais da viga com maior tensão aplicada, considerando os dois primeiros modos da viga com dois buracos estão apresentados na Figura 3. Suas frequências para esses modos, respectivamente, são de 34,652 Hz e 89,901 Hz.



**Figura 3:** Representação da tensão para o primeiro e segundo modos – Viga com dois buracos.

A última configuração a ser analisada é a da viga com três buracos. Os dois primeiros modos da viga com suas tensões estão apresentados na Figura 4, suas respectivas frequências são de 47,083 Hz e 140,68 Hz.



**Figura 4:** Representação da tensão para o primeiro e segundo modos – Viga com três buracos.

A partir dos gráficos apresentados referente às tensões, pode-se ver que nos locais em que a viga está da cor azul é onde aparecem as menores tensões. Da mesma forma, as áreas que apresentam a cor vermelha são as de maior tensão.

#### 4. CONCLUSÕES

Levando-se em conta os resultados obtidos pelas simulações computacionais, foi possível verificar em quais locais há maior tensão aplicada à viga. Portanto, a partir destes resultados, pretende-se acoplar materiais piezoeletricos nestes locais estratégicos, que estão apresentados na cor vermelha nos gráficos das tensões, para utilizá-los na conversão de energia mecânica em elétrica.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECKER, J.; FEIN, O.; MAESS, M; GAUL, L. Finite element-based analysis of shunted piezoelectric structures for vibration damping. **Computers & Structures**. Amsterdam, v.84, n.31-32, p. 2340-2350, 2006.

DENIS, V. **Amortissement Vibratoire de Poutres par Effet Trou Noir Acoustique**. 2014. 149f. Tese (Doutorado – especialidade: acústica) – Escola Doutoral em Engenharia, Geociências, Arquitetura, Université Du Maine.

HE, M.; ZHANG, X.; FERNANDEZ, L.S.; MOLTER, A.; XIA, ; SHI, T. Multi-material topology optimization of piezoelectric composite structures for energy harvesting. **Composite Structures**. Amsterdam, v.265, p. 113783, 2021.

MOLTER, A.; SILVEIRA, O.A.A.; FONSECA, J.S.O.; BOTTEGA, V. Simultaneous Piezoelectric Actuator and Sensor Placement Optimization and Control Design of Manipulators with Flexible Links Using SDRE Method. **Mathematical Problems in Engineering**. Londres, v.2010, p.23, 2010.

NICOLETTI, R. **Estudo do controle ativo e passivo de vibrações em sistemas rotativos e estruturais**. 185f. Tese (Livre Docência - modelos e análise de respostas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ZHAO, C.; PRASAD, M.G. Acoustic Black Holes in structural design for vibration and noise control. **MDPI - Acoustics**, Basiléia, v.1, n.1, p. 220-251, 2019.