# POR QUE É QUE FAZ ASSIM? UMA MANIFESTAÇÃO DA FORMA PREDICATIVA DO CONHECIMENTO PELA LINGUAGEM RETÓRICA EM EXPRESSÕES NUMÉRICAS

RITA DE CÁSSIA DE SOUZA SOARES RAMOS[1]; JOÃO ALBERTO DA SILVA[2]

[1] Universidade Federal do Rio Grande - FURG – ritamatematica@gmail.com
[2] Universidade Federal do Rio Grande - FURG – joaopiaget@gmail.com

## 1. INTRODUÇÃO

Este é um ensaio teórico que visa relacionar o pensamento predicativo proposto por VERGNAUD (2009) e a linguagem retórica proposta como fase do ensino de Álgebra por LINS e GIMENEZ (2001), para a significação das operações matemáticas representadas por meio de expressões numéricas. Inicialmente problematiza o ensino das quatro operações básicas e de seus significados a partir das regras de prevalência, após, explana sobre o saber fazer e o saber dizer em Matemática, posteriormente aborda como a fase retórica da construção histórica da Álgebra pode ser utilizada no ensino de expressões numéricas. Isso feito, o estudo interconecta e exemplifica com desenvolvimento de situação problema de expressões numéricas na linguagem retórica, apontando para a manifestação do pensamento predicativo, justificando os passos utilizados e possibilitando o dar-se conta das propriedades das operações postas em ação na representação da situação.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

As expressões numéricas envolvem tanto as operações matemáticas fundamentais quanto suas regras de prevalência, sendo que o uso de sinais de associação é facilitador para a escrita dos modelos, cujos problemas devem ser resolvidos através de expressões. Usualmente (FREITAS, 2014; SALOMÃO, 2009; ARRAIS, 2006) elas têm seu caráter simbólico e algoritmizado como representação de seu detalhamento, sendo declarado por professores que o ensino das expressões numéricas envolve um emaranhado de contas, e que a aprendizagem deste conteúdo se dá quando os estudantes conseguem seguir as regras determinadas para o cálculo algébrico (FREITAS, 2014; SALOMÃO, 2009; ARRAIS, 2006). Trata-se do que VERGNAUD (1996) chama de forma operatória do conhecimento, nas palavras de GRECA e MOREIRA (2003), do “saber fazer”.

Ao saber o passo a passo, e resolver corretamente a questão, diz-se que o estudante dominou o conteúdo de expressões numéricas, porém, não há o reflexo direto dessa aprendizagem na resolução de problemas envolvendo as quatro operações, pelos estudantes. Uma das hipóteses é a falta de significação na construção do conceito das operações básicas, quando o aluno sabe as regras de prevalência, aplica, mas na hora de decidir qual operação realizar primeiro, não lembra ou confunde. Daí a necessidade de saber o porquê de fazer, e de “saber dizer”, que constitui as formas predicativas do conhecimento, as quais, segundo VERGNAUD (2017), “são mais analíticas que as formas operatórias do conhecimento que utilizamos na ação, mesmo que, paradoxalmente, são as formas operatórias as fontes das formas predicativas” (p. 46). Assim, ao explicar os procedimentos o estudante poderá dar-se conta e sistematizar os conceitos que está construindo.

A forma predicativa do conhecimento, o dizer, pode ser representada de formas pictóricas, orais, descritas, em gráfico, diagrama, com uso de símbolos algébricos, gestuais, e tantas linguagens que permitam a representação do que precisa ser expresso. Uma dessas abordagens, organizada inicialmente como fase de desenvolvimento da construção da Álgebra (NESSELMANN, 1842), posteriormente transposta para a construção da linguagem algébrica (HARPER, 1987), e finalmente como abordagem para o ensino de Álgebra (LINS; GIMENEZ, 2001), é a do uso da língua materna para a exposição e resolução do problema, denominada linguagem retórica. NESSELMANN (1842) propõe três fases para o desenvolvimento histórico da Álgebra, sendo a primeira a fase retórica da escrita de problemas e resoluções textuais, a segunda a fase sincopada, cujo representante principal é Diofanto, fazendo uso de símbolos matemáticos em conjunto com a língua materna, e por último a fase algébrica ou simbólica representada por Viéte e por Descartes, na qual se usam sinais gráficos matemáticos nos enunciados e resoluções de situações, esta última condizendo com a ideia do saber fazer exposto pelos professores em relação ao manejo das expressões numéricas, não que o uso de símbolos impeça a significação dos conceitos, mas a economia que a linguagem simbólica possibilita na escrita e resolução de problemas, ao mesmo tempo em que dá condições de operar com precisão e síntese, oportuniza o fazer seguindo o modelo e não refletindo sobre os passos desenvolvidos, bem como na confusão do que é saber operar, por exemplo, uma pessoa que sabe realizar o procedimento 5 + 4 não necessariamente sabe resolver classes de problemas propostos por VERGNAUD (2009) de composição, transformação e comparação envolvendo a adição 5 + 4, ou ainda, uma pessoa que sabe que a medida do perímetro de um triângulo de lado 5 unidades aumenta em 3 unidades quando o lado aumenta 1 unidade, não sabe necessariamente montar 3 x (5 + 1) ou 3 x 5 + 3 x 1, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. É no descrever do passo a passo que necessariamente os porquês se apresentam, daí a relação da linguagem retórica com a forma predicativa do conhecimento, pois a linguagem retórica consiste na utilização somente da língua materna, ausente de símbolos matemáticos, tanto para o enunciado quanto para a resolução do problema (LINS; GIMENEZ, 2001), é uma linguagem mais descritiva, como um roteiro que expressa os passos para elucidar como se deu o pensamento no desenvolvimento da resolução da questão. Essa descrição que primeiramente foi usada em problemas de Álgebra é trazida para a sistematização das quatro operações com números, em problemas de caráter aritmético, com ênfase nas justificações das regras de prevalência, estas que são base para o desenvolvimento das propriedades algébricas dos conjuntos numéricos.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma expressão numérica é composta de enunciado e resolução. A situação envolvendo números presente no enunciado deve ser resolvida por meio de procedimentos matemáticos que obedeçam às (i) propriedades das operações, (ii) as regras de prevalência e (iii) os sinais associativos, podendo seguir caminhos variados, tanto que obedeçam (i), (ii) e (iii), resultando em um único número. Os exemplos que seguem ilustram as relações possíveis entre a linguagem retórica e a manifestação do pensamento predicativo, para expressões numéricas mistas (VERGNAUD, 2009), que contemplam estruturas aditivas e multiplicativas.

Situação 1 – Em uma sala de cinema com cem cadeiras para sentar, estavam quinze pessoas, entrou um grupo com quatro casais, e saíram dois trios de amigos. Após, entraram mais três grupos de sete pessoas cada. Todas as pessoas do cinema estavam sentadas nas cadeiras, cada pessoa em uma cadeira. Quantas cadeiras vagas para sentar há na sala de cinema?

Resolução 1.1 – Linguagem retórica: Na sala há cem cadeiras. Inicialmente vou calcular quantas pessoas ficam na sala, depois vou verificar a diferença entre o número de cadeiras e o número de pessoas. Inicialmente há quinze pessoas. Quando entra o grupo com quatro casais, entram o dobro de quatro, que é oito, então ficam quinze mais oito, vinte e três pessoas no cinema. Saem dois trios, ou seja, seis pessoas. Ficam vinte e três subtraindo seis, dezessete pessoas no cinema. Após, entram três grupos de sete, ou seja, entram vinte e uma pessoas no cinema. Tinha dezessete, entraram vinte e uma, ficaram trinta e oito pessoas. Quero saber quantas cadeiras vagas existem, então faço a diferença entre cem e trinta e oito, que é sessenta e dois. Tem sessenta e duas cadeiras vagas na sala de cinema.

Discussão: A situação está escrita na linguagem materna, sem o uso de símbolos matemáticos, na linguagem retórica. O problema trata de operações de adição na classe de composição/juntar/tirar e comparação (VERGNAUD, 2009), e de multiplicação como isomorfismo de medidas/comparação multiplicativa (VERGNAUD, 2009). A resolução se dá pela linguagem retórica, na forma de série temporal, obedecendo a critérios de entrada e saída da sala de cinema, a ordem de prevalência se dá ao compor os grupos (conjuntos), como multiplicação do número que representa a quantidade de pessoas (elementos) em cada grupo (conjunto) pelo número de grupos (conjuntos). Ressalta-se aqui que somente pode-se adicionar elementos com elementos, ou conjuntos de mesma cardinalidade entre si, e não elementos com conjuntos, o que é uma das justificações da ordem de prevalência da multiplicação em relação à adição, destacando o significado da operação. Para resolver o que o problema propõe, a resolução aponta para o termo diferença, que é o resultado da subtração entre o número de cadeiras total e o número de cadeiras ocupadas na sala de cinema. A subtração não tem ordem de prevalência sobre a multiplicação, e neste caso, não faz parte das ordens de entrada e saída de pessoas no cinema. O elemento desta operação são as cadeiras, que são fixas na sala de cinema. Trata-se portanto, de uma comparação em estrutura aditiva. Compara-se o número de cadeiras existentes com o número de cadeiras ocupadas, chegando-se ao número de cadeiras vagas na sala de cinema. Os elementos – pessoas que sentam na cadeira, e cadeira, não são operáveis entre si, na primeira parte não se retiraram cadeiras da sala de cinema, mas sim pessoas. Existe uma mudança de classe de operação, que torna as expressões numéricas de caráter misto uma rica possibilidade para a compreensão do sentido das operações aritméticas.

Resolução 1.2 – Linguagem retórica: Tem cem cadeiras na sala de cinema e quinze pessoas sentadas, então tem setenta e cinco cadeiras vagas. Entram quatro casais, então são mais oito pessoas sentadas, ficam setenta e cinco menos oito: sessenta e sete cadeiras vagas. Saem dois trios de pessoas, então vagam seis cadeiras, ficando sessenta e sete mais seis: setenta e três cadeiras vagas. Entram três grupos de sete pessoas, então vinte e uma pessoas sentam e ao invés de setenta e três ficam setenta e três menos vinte e um: sessenta e duas cadeiras vagas.

Discussão: Neste caso, as operações de adição e subtração são realizadas com o elemento cadeira vaga/ cadeira ocupada (pessoa na sala de cinema), com a classe de comparação da estrutura aditiva. A cada entrada (mais cadeiras ocupadas) ou saída (mais cadeiras vagas) de pessoas ou grupo de pessoas na sala, o elemento abordado são as cadeiras. Os agrupamentos descritos indicam isomorfismo de medidas/comparação multiplicativa, e os conjuntos que os descrevem contêm como elementos cadeiras vagas (pessoas que saem), como no caso dos dois trios, ou cadeiras ocupadas (pessoas que entram). Novamente vale ressaltar que os elementos que operam entre si são as cadeiras, não os grupos de cadeiras. O pensamento predicativo exposto na resolução 1.2 aborda de forma diferente a mesma situação, de forma a compreender outros desenvolvimentos de expressões numéricas obedecendo a (i), (ii) e (iii).

## 4. CONCLUSÕES

Buscou-se nesse ensaio relacionar o pensamento predicativo e a linguagem retórica para o ensino de expressões numéricas, a fim de significar as quatro operações matemáticas. A mudança do ensino apenas do algoritmo, com a inserção da possibilidade de descrição do desenvolvimento na língua materna, oportuniza, para além do saber fazer, o saber dizer o que está fazendo, justificando e dando-se conta dos passos que desenvolve para a resolução da situação. Propõe-se, portanto, o uso da linguagem retórica para desenvolver o raciocínio predicativo sobre as quatro operações matemáticas, sintetizadas em problemas do tipo misto em expressões numéricas.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


ARRAIS, U. B. **Expressões Aritméticas: Crenças, Concepções e Competências no entendimento do professor polivalente**. 178f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

FREITAS, H. S. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental adotados por uma escola pública de Cuiabá-MT**. 2014. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Curso de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso.

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. Do saber fazer ao saber dizer: uma análise da resolução de problemas na aprendizagem conceitual de Física. **Ens. Pesqui. Educ. Ciênc. (Belo Horizonte)**, Belo Horizonte , v. 5, n. 1, p. 52-67, jun. 2003.

HARPER, E. Ghosts of diophantus. **Educational Studies in Mathematics**, v. 18, p. 75-90, 1987.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas: Papirus Editora, 2001.

NESSELMANN, G. H. F. **Versuch einer kritischen Geschichte der Algebra. Die Algebra der Griechen.** Berlin: Minerva,1842.

SALOMAO, C. A. R. **A passagem de textos em língua materna para expressões aritméticas, mediada pelo uso de uma calculadora**. 2013. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. O que é aprender? Por que a Teoria dos Campos Conceituais? In: VERGNAUD, G. **O que é aprender? O iceberg da conceitualização**. Porto Alegre: GEEMPA, 2017. Cap.2, p.17-35.