

SIMULAÇÃO TRANSIENTE UNIDIMENSIONAL DA DISPERSÃO DE POLUENTES NA ATMOSFERA, CONSIDERANDO O FECHAMENTO NÃO LOCAL DA TURBULÊNCIA

LUCAS DA COSTA BERNA¹; VILIAM CARDOSO DA SILVEIRA²; LUCAS TADEO³; DANIELA BUSKE⁴

¹Universidade Federal de Pelotas – lucas.berna@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – viliamcardoso2@gmail.com

³Universidade Federal de Pelotas – lucas1tadeo@gmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – danielabuske@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

O objetivo desse trabalho é avaliar a dispersão de poluentes na atmosfera, considerando a equação da difusão transiente unidimensional. Essa equação será resolvida pela técnica da transformada integral generalizada com solução analítica do problema transformado por transformada de Laplace (GILTT). Para validar a metodologia serão consideradas condições atmosféricas instáveis para avaliar o termo de variação não local da turbulência.

Diversos estudos já foram desenvolvidos para estudar a dispersão de poluentes na atmosfera considerando a equação da advecção-difusão em diversas condições de estabilidade atmosférica e utilizando a técnica GILTT. A inovação desse trabalho é considerar a equação da difusão na sua forma mais simples, uma vez que o problema unidimensional com fechamento não local da turbulência ainda não foi resolvido pela técnica GILTT.

Os poluentes emitidos em um determinado local podem causar diversos problemas ao meio ambiente e atingir regiões distantes de onde foram emitidos, por isso a importância de estudar o comportamento dos poluentes nas mais diversas situações que podem ocorrer na atmosfera.

2. METODOLOGIA

A difusão atmosférica pode ser modelada aplicando a seguinte equação transiente unidimensional de conservação de massa:

$$\frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} \quad (1),$$

sendo $\bar{c}(z, t)$ a concentração média de poluentes (g/m^3) e $\overline{w'c'}$ o fluxo turbulento de contaminantes na vertical ($g/s\ m^2$). A Eq. (1) apresenta duas variáveis desconhecidas, a concentração média e o fluxo turbulento, por isso essa equação não pode ser resolvida diretamente, levando ao chamado problema de fechamento da turbulência.

A equação do fluxo turbulento como sugerida por VAN DOP e VERVER (2001) dependente do tempo é escrita como:

$$\left(1 + \left(\frac{S_k \sigma_w T_{lw}}{2}\right) \frac{\partial}{\partial z} + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \overline{w'c'} = -K_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} \quad (2),$$

sendo S_k a assimetria, σ_w o desvio padrão da velocidade turbulenta vertical (m/s), T_{lw} a escala de tempo Lagrangeana (s), τ o tempo de relaxação (s) e K_z o coeficiente de difusão (m^2/s). Pode-se definir o termo de contragradiente (β) como $\beta = S_k \sigma_w T_{lw} / 2$. Assim, a Eq. 2 pode ser escrita como:

$$\left(1 + \beta \frac{\partial}{\partial z} + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \overline{w'c'} = -K_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} \quad (3).$$

Substituindo a Eq. (3) na Eq. (1), pode-se escrever a seguinte equação para o fluxo turbulento:

$$\overline{w'c'} = \beta \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} - K_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} - \tau \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial t} \quad (4).$$

Agora, substituindo a Eq. (4) na Eq. (1), pode-se escrever a seguinte equação para a variação da concentração de poluentes no tempo:

$$\frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tau \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial t} \right) \quad (5).$$

A Eq. (5) esta sujeita as condições de contorno de fluxo zero $\left(K_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} = 0\right)$ no solo ($z = 0$) e no topo da camada limite convectiva ($z = h$) e condição de fonte dada por: $\bar{c}(z, 0) = Q\delta(z - H_s)$, sendo Q a intensidade da fonte (g/s), δ a função delta de Dirac e H_s a altura da fonte (m).

Pelo teorema de Cauchy-Euler e pela Eq. (1) pode-se escrever a seguinte equação:

$$\tau \frac{\partial^2 \bar{c}(z, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} = K_z \frac{\partial^2 \bar{c}(z, t)}{\partial z^2} + K'_z \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial z} - \beta \frac{\partial^2 \bar{c}(z, t)}{\partial z \partial t} - \beta' \frac{\partial \bar{c}(z, t)}{\partial t} \quad (6).$$

Aplicando a técnica da transformada integral na variável z , expande-se a concentração de poluentes como

$$\bar{c}(z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i(t) \Psi_i(z) \quad (7).$$

Substituindo a Eq. (7) na Eq. (6), utilizando um problema auxiliar de Sturm-Liouville $[\Psi_i''(z) + \lambda_i^2 \Psi_i(z) = 0]$ em $0 < z < h$, com $\Psi_i(z) = \cos(\lambda_i z)$ sendo $\lambda_i = i\pi/h$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) o conjunto de autovalores e, multiplicando pelo operador integral $\int_0^h (\cdot) \Psi_j(z) dz$, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i''(t) \int_0^h \tau \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz + \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i'(t) \int_0^h \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz \\ &= - \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i(t) \lambda_i^2 \int_0^h K_z \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz + \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i(t) \int_0^h K'_z \Psi_i'(z) \Psi_j(z) dz \\ & - \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i'(t) \int_0^h \beta \Psi_i'(z) \Psi_j(z) dz - \sum_{i=0}^{\infty} \bar{c}_i(t) \int_0^h \beta' \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz \end{aligned} \quad (8).$$

Reescrevendo a Eq. (8) em notação matricial tem-se

$$Y''(t) + FY'(t) + GY(t) = 0 \quad (9),$$

onde $Y(t)$ é o vetor coluna cujas componentes são $\bar{c}_i(t)$. A matriz F é dada por $F = C^{-1}.B$ e a matriz G é dada por $G = C^{-1}.A$. As matrizes C , B e A são dadas respectivamente por

$$\begin{aligned} C_{i,j} &= \int_0^h \tau \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz, \\ B_{i,j} &= \int_0^h \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz + \int_0^h \beta \Psi_i'(z) \Psi_j(z) dz + \int_0^h \beta' \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz, \\ A_{i,j} &= \lambda_i^2 \int_0^h K_z \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz - \int_0^h K'_z \Psi_i'(z) \Psi_j(z) dz. \end{aligned}$$

Aplicando uma redução de ordem na Eq. (9) e considerando $Z_1(t) = Y(t)$ e $Z_2(t) = Y'(t)$, pode-se escrever a seguinte EDO na forma matricial

$$Z'(t) + H.Z(t) = 0 \quad (10),$$

no qual o vetor $Z(t)$ é dado por $Z(t) = \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix}$ e a matriz H tem a forma de bloco representada por $H = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ G & F \end{bmatrix}$. A Eq. (10) é resolvida pela Técnica da Transformada de Laplace e diagonalização [BUSKE et al. (2007a); MOREIRA et al. (2009); BUSKE et al. (2012)].

Para a parametrização do termo de contragradiente é usada a variação da velocidade turbulenta Euleriana conforme descrita em DEGRAZIA et al. (1997) e DEGRAZIA et al. (2001) e representada por:

$$\sigma_w^2 = 1,06 c_w \frac{\psi^{2/3}}{(f_m^*)^{2/3}} \left(\frac{z}{h} \right)^{2/3} w_*^2,$$

sendo h a altura da camada limite convectiva, $\psi = 1,5 - 1,2(z/h)^{1/3}$ a taxa de dissipação, $c_w = 0,36$ e w_* a escala de velocidade convectiva.

A escala de tempo Lagrangiana é parametrizada pela seguinte expressão

$$T_{Lw} = \frac{0,55}{4} \frac{1}{\sigma_w} \frac{z}{(f_m^*)_w},$$

onde $(f_m^*)_w = z/(\lambda_m)_w$ é a frequência normalizada do pico espectral vertical. O pico espectral do comprimento de onda vertical $(\lambda_m)_w$ é calculado pela expressão

$$(\lambda_m)_w = 1,8h \left[1 - e^{-\frac{4z}{h}} - 0,0003e^{\frac{8z}{h}} \right].$$

O coeficiente de difusão é parametrizado pela seguinte expressão [MANGIA et al. (2002)]

$$K_z = 0,22 w_* h \left(\frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - e^{-\frac{4z}{h}} - 0,0003e^{\frac{8z}{h}} \right].$$

Para simular a dispersão de poluentes foram considerados os seguintes parâmetros típicos de uma camada limite convectiva: $h = 810 \text{ m}$ (altura da camada limite convectiva), $H_s = 100 \text{ m}$ (altura da fonte), $z = 1 \text{ m}$ (altura que estou medindo o poluente), $Q = 10 \text{ g/s}$ (taxa de emissão do poluente), $w_* = 2,2 \text{ m/s}$ (escala de velocidade convectiva) e $\tau = 0,5 \text{ s}$ (tempo de relaxação).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme mostrado na Figura 1, quando o termo de assimetria é negativo ($S_k = -0,5$), o pico de concentração é um pouco menor do que o pico quando o termo de assimetria não é considerado ($S_k = 0$) nas simulações. Quando o termo de assimetria é positivo ($S_k = 0,5$), o pico de concentração é um pouco maior do que o pico quando o termo de assimetria não é considerado ($S_k = 0$) nas simulações. A concentração de poluentes para cada caso apresenta um pico no tempo inicial e depois cai e fica homogênea com o passar do tempo. Esse comportamento é esperado e está de acordo com a literatura [BUSKE et al. (2007b)].

4. CONCLUSÕES

A concentração de poluentes é simulada de forma satisfatória considerando e não considerando o termo de fechamento não local da turbulência. A concentração de poluentes apresenta um pico no tempo inicial e depois diminui e fica homogênea. O modelo simula o pico da concentração de poluentes conforme descrito na literatura e pode ser aplicado para aplicações regulatórias da qualidade do ar.

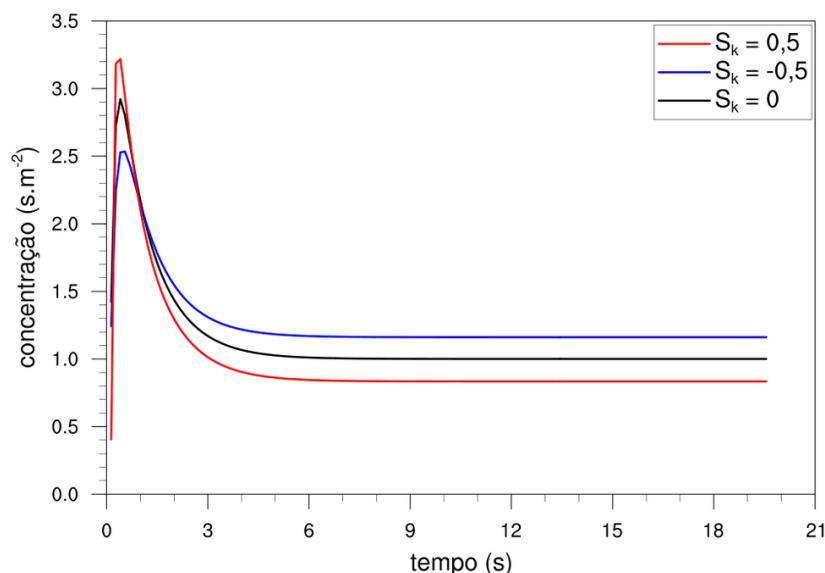


Figura 1: Concentrações preditas pelo presente modelo considerando o termo de assimetria igual a 0; -0,5 e 0,5.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUSKE, D.; VILHENA, M.T.; MOREIRA, D.M.; TIRABASSI, T. Simulation of pollutant dispersion for low wind conditions in stable and convective planetary boundary layer. **Atmospheric Environment**, 41, 5496-5501, 2007a.

BUSKE, D.; VILHENA, M.T.; MOREIRA, D.M.; TIRABASSI, T. An analytical solution of the advection-diffusion equation considering non-local turbulence closure. **Environmental Fluid Mechanics (Dordrecht)**, 7, 43-54, 2007b.

BUSKE, D.; VILHENA, M.T.; TIRABASSI, T.; BODMANN, B. Air pollution steady-state advection-diffusion equation: the general three-dimensional solution. **Journal of Environmental Protection (Print)**, 3, 1124-1134, 2012.

DEGRAZIA, G.A.; VELHO, H.F.C.; CARVALHO, J.C. Nonlocal exchange coefficients for the convective boundary layer derived from spectral properties. **Contributions to Atmospheric Physics**, 57-64, 1997.

DEGRAZIA, G.A.; MOREIRA, D.M.; VILHENA, M.T. Derivation of an eddy diffusivity depending on source distance for vertically inhomogeneous turbulence in a convective boundary layer. **Journal of Applied Meteorology**, 1233-1240, 2001.

MANGIA, C.; MOREIRA, D.M.; SCHIPA, I.; DEGRAZIA, G.A.; TIRABASSI, T.; RIZZA, U. Evaluation of a new eddy diffusivity parametrisation from turbulent eulerian spectra in different stability conditions. **Atmospheric Environment**, 36, 67-76, 2002.

MOREIRA, D.M.; VILHENA, M.T.; BUSKE, D.; TIRABASSI, T. The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere. **Atmospheric Research**, 92, 1-17, 2009.

VAN DOP, H.; VERVER, G. Countergradient transport revisited. **Journal of Atmospheric Sciences**, 58, 2240-2247, 2001.