



SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA SISTEMAS DE ÁGUAS RASAS DA CIDADE DE PELOTAS

RAFAEL ZANOVELO PERIN¹; ARMANDO MIGUEL AWRUCH²; RÉGIS SPEROTTO DE QUADROS³

¹Universidade Federal de Pelotas – rafael-perin@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas - amawruch@ufrgs.br

³Universidade Federal de Pelotas – quadros99@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Na contemporaneidade, os estudos relacionados aos recursos hídricos tornam-se cada vez mais relevantes, à medida que a ocorrência de inundações aumenta. KUZMA; LUO (2020) apontam que os gastos com enchentes já passou de um trilhão de dólares nos últimos 30 anos e que tendem a piorar, visto que o número de pessoas afetadas por inundações em 2010 dobrará até 2030. Com isso e considerando a importância da água na manutenção da vida, tem-se na modelagem hidrodinâmica uma ferramenta para realizar previsões e estudos hídricos, simulando numericamente o impacto e a abrangência das inundações.

Dentre os modelos para a representação do movimento das águas tem-se a disposição o modelo de águas rasas, que se caracteriza por descrever um escoamento cujas dimensões horizontais são muito maiores que a profundidade, apresentado e deduzido por AWRUCH (1983). Deste modo, consegue-se calcular o nível da água em diferentes aplicações, como fez GRAVE (2016).

Neste trabalho emprega-se o método dos elementos finitos do tipo Galerkin e o método das linhas ou direções características na discretização espacial e temporal, respectivamente (ZIENKIEWICZ *et al.*, 2005). Com o intuito de contribuir com a comunidade aplica-se a metodologia na Barragem Santa Bárbara e na Praia do Laranjal, sendo esses recursos hídricos pouco profundos localizados na zona urbana da cidade de Pelotas, situada no Rio Grande do Sul.

2. METODOLOGIA

O sistema de equações de águas rasas provém da integração das equações da conservação de massa e da quantidade de movimento ao longo da profundidade, por meio da regra de Leibniz para integrais de contorno variáveis como feito por AWRUCH (1983). Deste modo, obtêm-se:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} + \frac{g \cdot h}{2} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x_i} + (-1)^j \lambda U_k + \left(\frac{g}{c_m^2} \frac{|U|}{h^2} \right) U_i = -\overline{c_d} |W| \cdot W_i, \quad (2)$$

no domínio Ω com $i, j = 1, 2$ e $k = i + (-1)^{j+1}$, onde $U_i(x_1, x_2, t)$ é a componente da velocidade instantânea na direção de x_i , $U_i(x_1, x_2, t)$ é a componente do fluxo (vazão por unidade de largura) na direção de x_i , $h(x_1, x_2, t)$ é a profundidade total, $H(x_1, x_2)$ é a distância do plano de referência ao fundo e $\eta(x_1, x_2, t)$ é a elevação da superfície livre em relação a H . Ainda, $U_i = \hat{U}_i h$, $F_{ij} = \hat{U}_i U_j$, $h = H + \eta$, $\hat{U}_i(x_1, x_2, t)$ é a componente da velocidade constante na profundidade na direção x_i , g é a aceleração da gravidade, $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-4} \sin \Theta$ é o coeficiente de Coriolis (sendo Θ a latitude do objeto), c_m é o coeficiente de Chezy, que está vinculado ao coeficiente de Manning ζ pela expressão $c_m = h^{1/6} / \zeta$, W_i é a componente da velocidade do vento (sendo $W_1 = |W| \cos(\varrho)$ e $W_2 = |W| \sin(\varrho)$) e c_d é um coeficiente de arrasto.

As condições iniciais e de contorno devem ser fornecidas às equações (1) e (2). As condições iniciais consistem em fornecer valores de U e h em $t = 0$ e as condições de contorno forçadas, de tipo Dirichlet, são: a) $\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{U}_i$, $\mathbf{n}_i = 0$ em Γ_w (contorno "sólido" ou "fechado"); b) $\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{U}_i$, $\mathbf{n}_i = \overline{U}_v$ em Γ_U (contorno "aberto"); c) $h = \overline{h}$ em Γ_h (contorno "aberto"). \overline{U}_v e \overline{h} são valores prescritos das incógnitas nas partes Γ_U e Γ_h do contorno total Γ . E, \mathbf{n}_i é um versor unitário. O contorno total Γ é a união de todas as partes do contorno, ou seja, $\Gamma = \Gamma_w \cup \Gamma_U \cup \Gamma_h$.

2.1 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

A discretização espacial das equações governantes, resulta da integração das mesmas a nível de um elemento, de forma triangular, com nós em seus vértices e função de interpolação lineares, de forma ótima pelo método dos elementos finitos do tipo Galerkin (ZIENKIEWICZ *et al.*, 2005).

Para a discretização temporal das equações é aplicado o esquema introduzido por Zienkiewicz *et al.* (2005) baseado nas linhas ou direções características (em inglês: *Characteristic Based Split Method* - CBS), onde se faz uma separação das variáveis do problema, que são as componentes do fluxo por unidade de largura U_i e a profundidade total h .

O procedimento apresentado pelos três passos é resolvido num esquema totalmente explícito, de modo que se adotam os coeficientes $\theta_1 = 1/2$ e $\theta_2 = 0$. Para isso, a condição para estabilidade é que o passo de tempo adotado seja

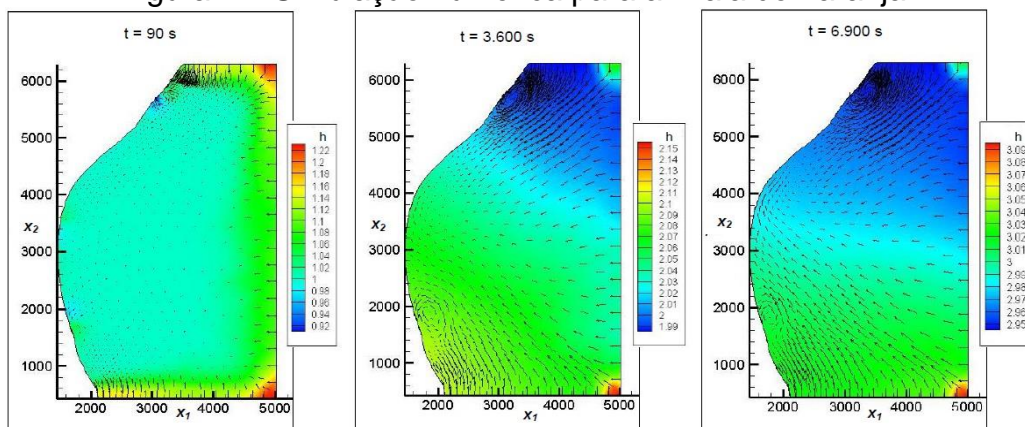
menor que o intervalo de tempo crítico. Ou seja, $\Delta t \leq \Delta t_{crit}$, sendo $\Delta t_{crit} = l/(c_w + |u|)$, cujo l é um tamanho característico do elemento, $|u|$ é o valor absoluto da velocidade e c_w é a celeridade de onda, em sistemas de águas rasas os comprimentos de ondas são grandes, dado por $c_w \approx (g h)^{1/2}$ (GRAVE, 2016).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados iniciais foram obtidos na cidade de Pelotas, localizada no sul do estado do Rio Grande do Sul (RS), Brasil. O município possui recorrentes inundações devido a fenômenos meteorológicos, que somados a urbanização e a poluição ocasionam situações de emergência. A Barragem Santa Bárbara e a Praia do Laranjal destacam-se pelo seu papel no desenvolvimento e no lazer dos habitantes, os quais se caracterizam como escoamentos em águas rasas.

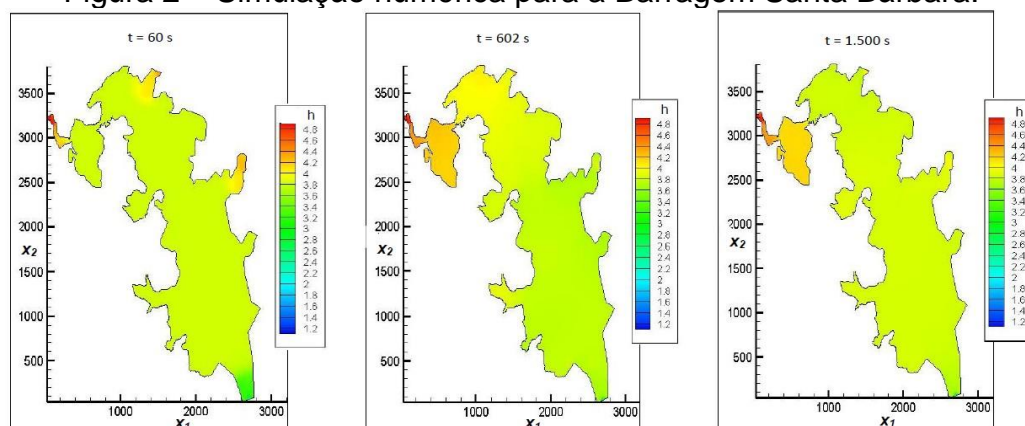
Deste modo, a metodologia é aplicada nos tais recursos, a partir do código computacional validado por GRAVE (2016) em linguagem FORTRAN, onde foram adicionados os efeitos do vento e de Coriolis, além de adequar as condições iniciais e de contorno com o problema.

Figura 1 – Simulação numérica para a Praia do Laranjal.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 2 – Simulação numérica para a Barragem Santa Bárbara.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Com as simulações apresentadas nas Figuras 1 e 2 observa-se a elevação do nível da água ao longo dos respectivos tempos, caracterizando a enchente. Na Figura 1, com $h=1$ m e $U_f=0$ m²/s em $t=0$ s, destacam-se as ondas longas e no intervalo de tempo h chega ao triplo de $h(x_1, x_2, 0)$. Na Figura 2, com $h=3,8$ m e $U_f=0$ m²/s em $t=0$ s, é possível visualizar os maiores níveis d'água na parte superior e os menores na parte inferior, devido aos canais de entrada e de saída.

4. CONCLUSÕES

Os resultados, embora iniciais, mostram a elevação do volume d'água tanto na barragem, quanto na praia, e estudos como este, contribuem com a avaliação dos recursos hídricos a partir de previsões do aumento do nível d'água nestas localidades.

Na sequência almeja-se acoplar ao modelo hidrodinâmico a equação de advecção-difusão-reação para modelar a dispersão de poluentes, a fim de analisar a contaminação ambiental. E, a teoria do controle ótimo para manter o nível d'água e a concentração de poluentes em quantidades consideradas ótimas.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AWRUCH, A. M. **Modelos numéricos em hidrodinâmica e fenômenos de transporte usando o método dos elementos finitos**. 1983. 354f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

GRAVE, M. **Simulação e Controle de Enchentes Usando as Equações de Águas Rasas e a Teoria do Controle Ótimo**. 2016. 105f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

KUZMA, S.; LUO, T. **The Number of People Affected by Floods Will Double Between 2010 and 2030**. World Resources Institute, Washington, 23 abr. 2020. Acessado em 19 ago. 2020. Online. Disponível em: www.wri.org/blog/2020/04/aqueduct-floods-investment-green-gray-infrastructure

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; NITHIARASU, P. **Finite Element Method for Fluid Dynamics**. Oxford (UK): Butterworth-Heinemann, 2005. 2v. 6ed.