

Modelagem unidimensional da transferência de temperatura entre as massas de grãos de arroz em um silo armazenador

MARCOS VINICIUS HENRIQUES DOS SANTOS¹; GUILHERME JAHNECKE WEYMAR²; DANIELA BUSKE³

¹Universidade Federal de Pelotas – henriques_engea@hotmail.com

² Universidade Federal de Pelotas – guilhermejahnecke@gmail.com

³Universidade Federal de Pelotas – danielabuske@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

De acordo com dados do CONAB (2015), a produção de grãos de arroz é muito superior a capacidade de armazenamento, nas principais regiões produtoras. Além disso, muitos desses grãos armazenados são perdidos por má administração desses recursos. Foi estimado que 20% de todo o grão produzido anualmente no Brasil é desperdiçado no processo de colheita, transporte e armazenagem, sendo metade apenas ocasionada pelas pragas durante o armazenamento (BRASIL, 1993).

Segundo BEMILLER; WHISTLER (2009), grãos armazenados com umidade acima de 14,5% e que ultrapassem a temperatura de 22-24°C durante um longo período de tempo, podem desenvolver mofo. Em relação aos microrganismos, ELIAS (2003) observou que os fungos necessitam de uma umidade relativa e temperatura mínima para se desenvolverem, onde ele estima uma temperatura entre 25 e 30°C para seu desenvolvimento.

Existem diversos estudos sobre modelos matemáticos para se aproximar das características de armazenamento, baseado nas propriedades termo-físicas dos grãos, com intuito de prever suas condições, seja temperatura e ou umidade (SUTHERLAND; BANKS; GRIFFITHS, 1971).

Com intuito de avaliar a temperatura interna dos grãos em silo foi desenvolvido um método analítico para a resolução do modelo. O método criado por OZISIK (1993) e explicado por BALA (2017), supõe que o material seja isotrópico, e sua condutividade térmica seja invariável com a temperatura. Neste trabalho, supõe-se também que a compactação do grão em estudo seja muito alta, desta forma a convecção natural é mínima, podendo ser desconsiderada no modelo. Assim, a temperatura dos grãos no interior de um silo é representada pela equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

onde: T é a temperatura média, z é a posição na coluna de grãos, α é o coeficiente de difusividade térmica dos grãos, t é o tempo, r é a posição do grão ao longo do raio e φ é o ângulo vertical.

Assim, objetivo desse trabalho é modelar matematicamente o processo de transferência de calor em um silo armazenador de arroz, utilizando o método de Separação de Variáveis (SV) em relação à altura da camada de grãos.

2. METODOLOGIA

Para modelar o problema proposto, não foi considerada a aeração e nem a convecção natural na transferência de calor, calculando apenas a transferência de calor entre os grãos, onde foi utilizada a equação unidimensional na forma:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Os dados experimentais utilizados foram os mesmos obtidos por (STARK, 2018). Neste experimento, foram medidas as temperaturas no interior de um protótipo de silo através de sensores em três diferentes alturas (0,01m; 0,23m e 0,56m) e o α utilizado na simulação foi de $3,27 \times 10^6 m^2 s^{-1}$ (DOTTO et al., 2016). O protótipo de silo foi preenchido com arroz em casca até uma altura de 0,7m. Os grãos foram aquecidos para se ter uma condição inicial do problema. Assim as condições de contorno e inicial para o experimento foram:

$$\left. \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z=H_s} = 0 \quad (3)$$

Na base e no topo ($z=0$ e H_s) foram isoladas, ou seja, o fluxo de calor é aproximadamente zero. A temperatura inicial é representada pela função $T(z, 0) = F(z)$:

$$F(z) = C_0 e^{C_1 z + C_2} + C_3 \quad (4)$$

onde: $C_0 = 9,31188$, $C_1 = -7,23951$, $C_2 = 0$, $C_3 = 22,6384$.

Aplicando o método (SV) e as condições iniciais, obtém-se como solução:

$$T(z, t)_{n=0} = \left[\frac{C_0 e^{C_2} (e^{C_1 H_s} - 1)}{C_1 H_s} + C_3 \right] \cdot \left[\cos \left(\frac{n\pi}{H_s} z \right) \right] \cdot \left[e^{-\alpha t \left(\frac{n\pi}{H_s} \right)^2} \right] \quad (5)$$

$$T(z, t)_{n=1,2,\dots} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2C_0 C_1 e^{C_2} H_s [(-1)^n e^{C_1 H_s} - 1]}{C_1^2 H_s^2 + n^2 \pi^2} \right] \cdot \left[\cos \left(\frac{n\pi}{H_s} z \right) \right] \cdot \left[e^{-\alpha t \left(\frac{n\pi}{H_s} \right)^2} \right] \quad (6)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura 1, apresenta-se uma comparação entre as temperaturas do método proposto (SV) e o experimental (Temperatura Observada) num período de 24 horas.

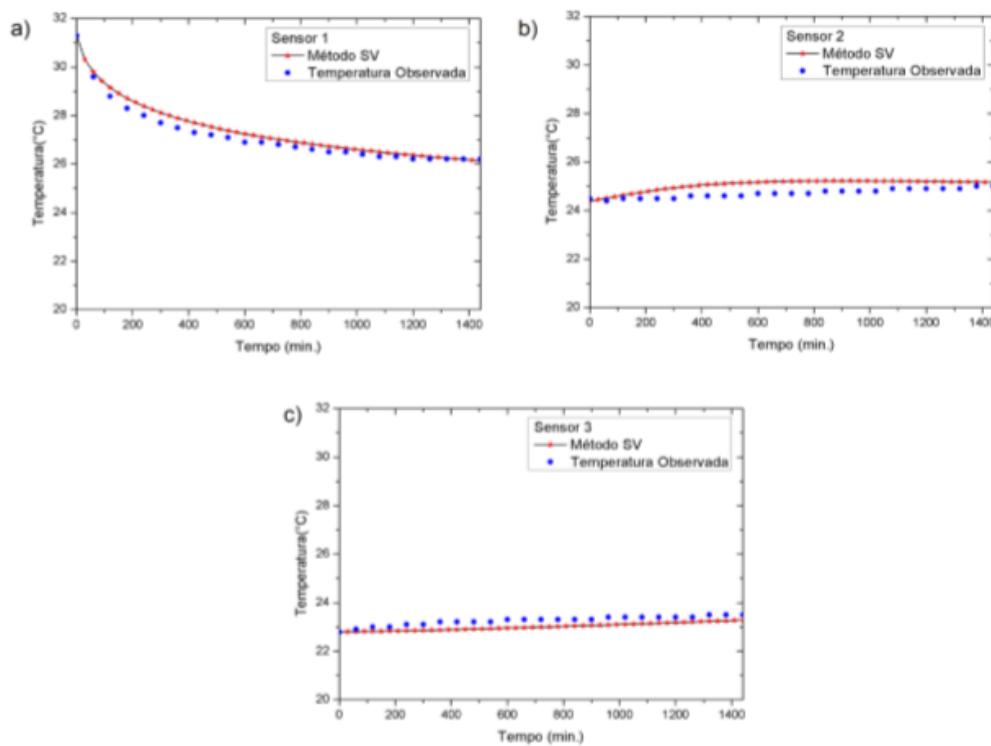


Figura 1- Índices estatísticos dos sensores 1, 2 e 3

Observa-se que não houve muita discrepância nos dados, sendo a temperatura predita muito próxima da observada pelos sensores.

Em seguida, para verificar a concordância entre os dados na Figura 1, é feita uma análise estatística a fim de avaliar o seu desempenho. Os índices estatísticos utilizados são: Erro quadrático médio normalizado (NMSE), coeficiente de correlação (COR), fração de inclinação (FB) e o desvio fracional padrão (FS).

A Tabela 1 apresenta os resultados dos índices NMSE, FB, COR e FS para os três sensores.

Índices	Método SV		
	S1	S2	S3
NMSE	0,0001	0,0002	-0,0001
COR	0,9739	0,7610	0,9023
FB	-0,0087	-0,0145	0,0108
FS	-0,0460	-0,2840	0,1525

Tabela 1- Índices estatísticos dos sensores 1, 2 e 3

Conforme mostra a Tabela 1 os índices, NMSE, FB e FS próximos de zero (valor ideal). Assim como COR próximo de 1 (valor ideal), o que indica um alto grau de concordância entre a temperatura observada e a predita.

Foram calculados em seguida os erros absolutos para cada um dos sensores, onde foi possível notar uma variação máxima de 0,57°C no sensor 2, tendo apenas 2,23% de erro. Pelos gráficos das curvas de distribuição mostrado na Figura 2, é possível observar que as médias dos erros foram baixas, aproximadamente 0,24°C, 0,36°C e 0,26°C para os sensores 1, 2 e 3 respectivamente.

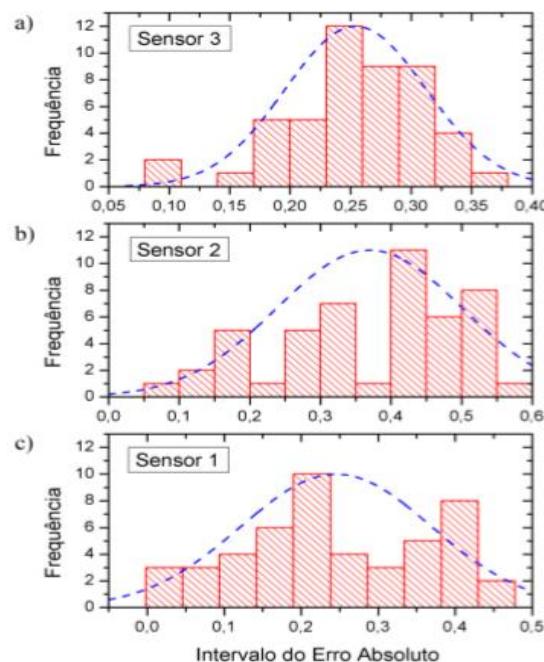


Figura 2- Gráfico da temperatura observada versus temperatura predita no a) sensor 1, b) sensor 2 e c) sensor 3, em um período de 24h.

4. CONCLUSÕES

A solução unidimensional abordada neste trabalho mostrou boa correlação com os dados experimentais, onde mostra os índices estatísticos próximos dos ideais, tendo um erro máximo de 2,23% entre os sensores. Assim a proposta de utilizar o método SV para a solução do modelo sem aeração é uma alternativa para prever o campo de temperatura em qualquer ponto, ao longo da coluna de grãos armazenados, em qualquer instante.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALA, B.K. **Drying and Storage of Cereal Grains**. Pondicherry, India: John Wiley & Sons, 2017.
- BEMILLER, J.; WHISTLER, R. **Starch: Chemistry and technology**. Food Science and technology, International Series. Elsevier, 2009.
- CONAB – **Companhia Nacional de Abastecimento. A cultura do arroz**. Brasília: Conab. 2015, 180p.
- DOTTO, G. L., PINTO, L. A. A.; MOREIRA, M. F. P. Determination of the effective thermal diffusivity in a porous bed containing rice grains: **Heat and Mass Transfer**, v. 52(4), p. 887–896, 2016.
- OZISIK, M.N. **Heat Conduction**. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- SUTHERLAND, J.W.; BANKS, P.J.; GRIFFITHS, H.J. Equilibrium heat and moisture transfer in air flow through grain: **Journal of Agricultural Engineering Research**, v.17, p. 368-386, 1971.
- STARK, F. **Avaliação Estudo do comportamento da temperatura de grãos armazenados em um silo através de um modelo matemático**. 50 f. TCC, UFPel, 2018.