

## CONTROLE DE UM PÊNDULO SUSPENSO UTILIZANDO MODOS DESLIZANTES

FRANCO DAMIAN BROCCA CABALLERO; SIGMAR DE LIMA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – franco.caballero@ufpel.edu.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – sigmar.lima@ufpel.edu.br

### 1. INTRODUÇÃO

O pêndulo suspenso simples é um dos exemplos mais comuns no estudo da física de movimentos periódicos além de ser um ótimo exemplo para explicar a modelagem dinâmica de um sistema mecânico que possui características não lineares, por esse motivo muitas técnicas de linearização e controle robusto são implementadas a fim de prever e controlar a dinâmica deste tipo de sistema.

A aplicação de uma determinada força sobre o pêndulo resulta numa variação angular da sua posição em relação ao eixo vertical, portanto este é um bom exemplo quando se busca estudar os mais variados tipos de sistemas de controle, além disso a relação entre força aplicada e ângulo resultante possui não-linearidades que dificultam ainda mais a análise e desenvolvimento de sistemas capazes de controlar o pêndulo em uma posição de referência desejada.

O princípio básico do controle por modos deslizantes é que a estrutura do controle por realimentação é alterada à medida em que os estados do sistema cruzam superfícies descontínuas no espaço de estados com a finalidade de se obter respostas desejadas do sistema a ser controlado (EMEL'YANOV, 1964). O chaveamento da ação de controle permite a insensibilidade a variações nos parâmetros do sistema e perturbações externas. Apesar disso, o controle por modos deslizantes introduz no sistema uma ação de controle descontínua além do fenômeno conhecido na literatura como *chattering*, que se trata de oscilações de alta frequência no esforço de controle (EMEL'YANOV, 1967).

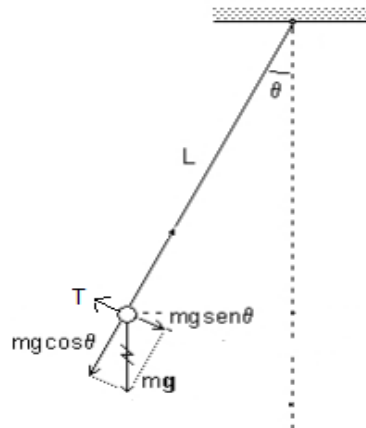
O controle por modos deslizantes de um pêndulo suspenso foi proposto neste estudo. Primeiramente são apresentadas as equações matemáticas do sistema proposto através das leis de Newton e então a modelagem do sistema no espaço de estados por variáveis de fase é realizada. Após isso são apresentados alguns princípios básicos sobre o controle por modos deslizantes e então é desenvolvido o controle para o sistema proposto. Por fim, os resultados das simulações no MATLAB/Simulink são apresentados.

### 2. METODOLOGIA

#### 2.1 Sistema de pêndulo suspenso

O diagrama de corpo livre do pêndulo suspenso utilizado para estudo é apresentado na figura (1).

É clara a necessidade de saber o modelo matemático do sistema que se deseja controlar, no sistema de pêndulo suspenso mostrado na figura 1 a variável de controle é dada por uma força e o ângulo  $\Theta$  entre o pêndulo e o eixo vertical é a variável controlada.



**Figura 1: Diagrama do sistema de pêndulo suspenso.**

Sendo:

- $T$  – a força aplicada a força aplicada para fins de controle em newtons.
- $M$  – a massa do pêndulo.
- $L$  – o comprimento do pêndulo.
- $G$  – a aceleração da gravidade.
- $\Theta$  - ângulo do pêndulo em relação ao eixo vertical em radianos.
- $C$  – o coeficiente de amortecimento do pêndulo.

A partir do diagrama de corpo livre da figura (1) foi possível obter as equações diferenciais que regem a dinâmica do pêndulo, e a partir delas foi possível realizar as simulações do Sistema a ser controlado no *SIMULINK*.

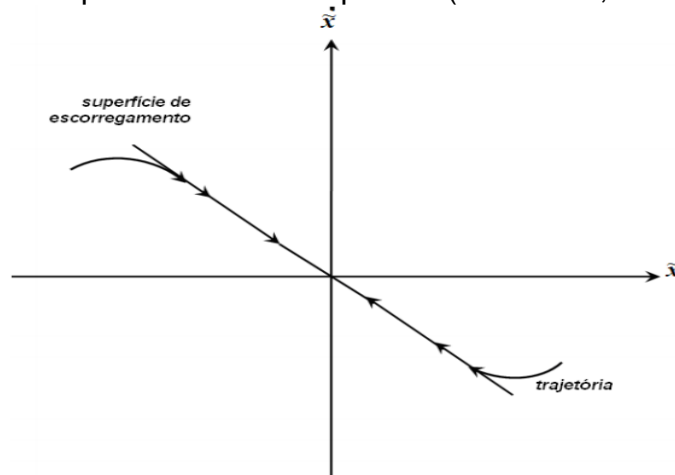
### 2.1 Controle em modos deslizantes

O controle em modos deslizantes é uma técnica de controle de estrutura variável que força um sistema para uma região estável do plano de fase, gerando uma superfície, chamada de superfície deslizante ou superfície de escorregamento, que o desloca de seu comportamento normal. Esse método apresenta resultados excepcionais quanto à robustez e facilidade de implementação.

O controle para um sistema em modos deslizantes pode ser dividido em duas partes:

- Superfície de Escorregamento.
- Controle do sistema.

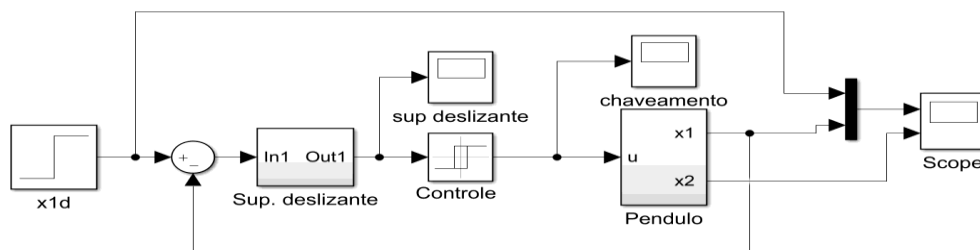
A superfície de escorregamento guia o sistema para a estabilidade, enquanto o controlador o mantém próxima a essa superfície (ADRIANA, 2009).



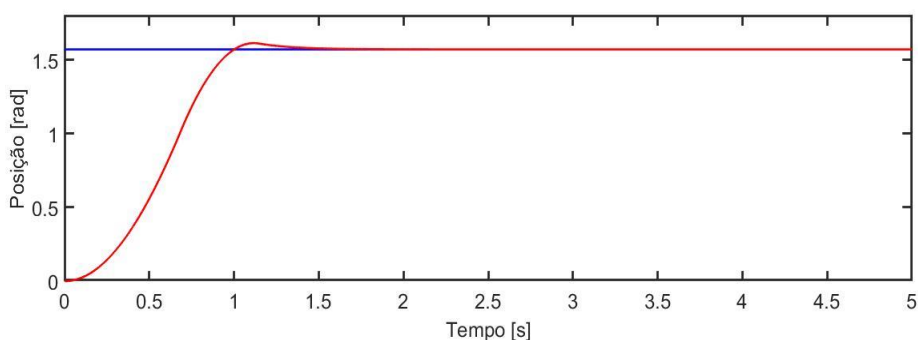
**Figura 2 Superfície de escorregamento para sistema de segunda ordem;**  
**Fonte: A.C Agostinho**

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

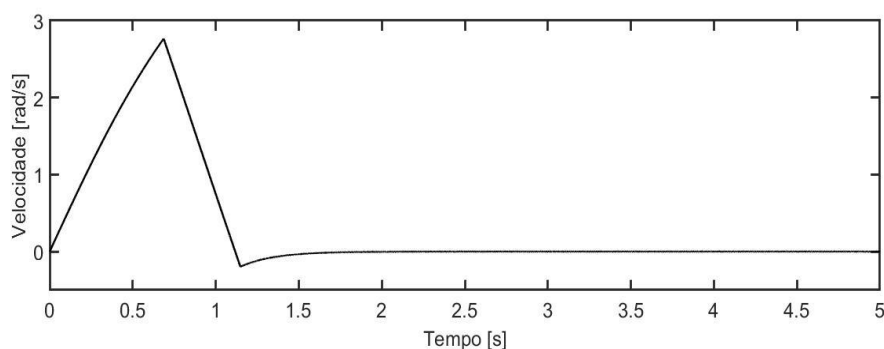
Para obtenção da resposta do sistema à entrada de referência foram realizadas simulações no programa *MATLAB/SIMULINK*. Foi utilizado um passo de simulação de 1 microssegundo e os resultados foram os seguintes:



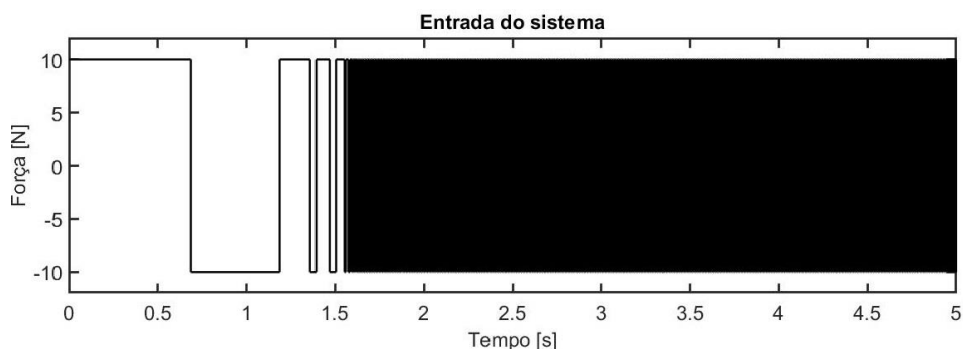
**Figura 3 - Diagrama da simulação no software SIMULINK.**



**Figura 4: Resposta à uma referência de  $\pi/2$  radianos.**



**Figura 5: Resposta de velocidade do pêndulo.**



**Figura 6: Entrada de controle do sistema.**

#### 4. CONCLUSÕES

O controle em modos deslizantes se mostrou eficaz ao ser aplicado ao sistema proposto no trabalho, a resposta do sistema ao degrau de posição obteve dinâmica satisfatória, tendo uma ultrapassagem percentual baixa e erro nulo em regime permanente.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A. C. Adriana, “Controle por modos deslizantes aplicado a sistema de posicionamento dinâmico”, USP, São Paulo, 2009.

S. V. Emel'yanov, “Design of variable structure control systems with discontinuous switching function”, Eng Cybern, 1, pp. 156-160, 1964.

S. V. Emel'yanov, “Automatic control systems of variable structure”, Nauka, Moscow, 1967.

H. Kizmaz, S. Aksoy and A. Mühürçü, “Sliding mode control of suspended pendulum”, 2010 Modern Electric Power Systems, p. 1-6, 2010.

V. I. Utkin, “Sliding mode control design principles and applications to electric drives”, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 40. No. 1, Fevereiro, 1993.

Dept. of Electrical and Electronic Engineering , “A quick introduction to sliding mode and its applications”, University of Cagliari, p. 1-21.