

## IMPLEMENTAÇÃO PARALELA DO MÉTODO DOS GRADIENTES CONJUGADOS PRÉ-CONDICIONADO

JANSEN AVILA<sup>1</sup>; ALINE PALIGA<sup>2</sup>; GERSON CAVALHEIRO<sup>3</sup>; GUILHERME  
PIVA<sup>4</sup>; EDUARDO COUTO<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – [jrdavila@inf.ufpel.edu.br](mailto:jrdavila@inf.ufpel.edu.br)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – [aline.paliga@ufpel.edu.br](mailto:aline.paliga@ufpel.edu.br)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Pelotas – [gerson.cavalheiro@inf.ufpel.edu.br](mailto:gerson.cavalheiro@inf.ufpel.edu.br)

<sup>4</sup>Universidade Federal do Rio Grande do Sul – [guilherme.piva.santos@gmail.com](mailto:guilherme.piva.santos@gmail.com)

<sup>5</sup>Universidade Federal de Pelotas – [e.costacouto@gmail.com](mailto:e.costacouto@gmail.com)

### 1. INTRODUÇÃO

Diversos problemas com importância para a Engenharia podem ser modelados por meio de equações diferenciais parciais. Com exceção de alguns casos particulares, não é possível chegar uma solução analítica exata para estes problemas. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é, atualmente, o método numérico mais utilizado para obter soluções aproximadas para este tipo de problema (CHANDRUPATA & BELEGUNDU, 2014).

O MEF gera um sistema de equações lineares cuja resolução é a solução aproximada do problema em estudo. A decisão de utilizar o MEF em uma simulação numérica implica em duas escolhas importantes, a saber: (i) a técnica a ser utilizada para o armazenamento do sistema de equações e (ii) o método de solução deste sistema. Estas duas escolhas são de fundamental importância, pois o sistema de equações poderá ter dimensões em que uma técnica imprópria de armazenamento poderá ultrapassar a capacidade de memória do computador. Por outro lado, a escolha do método de solução do sistema de equações tem relação direta com o tempo de processamento (VAZ, 2011).

Na solução do sistema de equações gerado pelo MEF, entre os métodos iterativos, destaca-se o Método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionado (MGCP).

Com relação as técnicas, associadas aos métodos iterativos, de armazenagem da matriz de rigidez, destaca-se a técnica elemento por elemento (EPE) que dispensa a montagem da matriz de rigidez global.

Em 1997 foi criado o *Open Multi Processing (OpenMP)*, que é uma interface baseada em *threads* (fluxos de processamento) utilizada para prover paralelismo incremental em máquinas com memória compartilhada (multiprocessadores) que tem sido bastante utilizada, sobretudo por sua simplicidade (CHAPMAN et al., 2008).

No MGCP o produto matriz-vetor e o produto interno aparecem de forma recorrente. Essas operações são facilmente paralelizáveis e isso estimulou o uso combinado do MGCP e da interface *OpenMP* que proporciona maior velocidade na obtenção dos resultados acrescida da técnica de armazenagem EPE que proporciona menor uso da memória (FU et al, 2016).

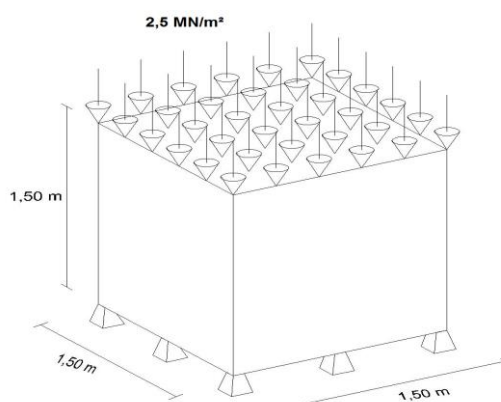
O presente trabalho apresenta um algoritmo de fácil implementação da combinação descrita.

O objetivo desse trabalho, além de apresentar um algoritmo, é avaliar sua eficiência. Com esse fim são realizadas comparações de desempenho entre algoritmos sequencial e paralelo do MGCP-EPE, usando preconditionador Jacobiano ou diagonal, e um algoritmo direto que utiliza o método de eliminação de Gauss associado à técnica de armazenagem *skyline*.

## 2. METODOLOGIA

Usando uma máquina dedicada, com dois processadores Intel Xeon CPU ES-2630 2.2 GHz, cada um possuindo 20 threads, 32GB de memória, sistema operacional Windows 10 e compilador PGI 19.04 resolveu-se numericamente o problema de Mecânica dos Sólidos descrito na Fig. 1.

Figura 1: Cubo Submetido À Ação De Carga Uniformemente Distribuída E Com Face Indeslocável Na Direção De Aplicação Da Carga.



O cubo do problema foi discretizado com três malhas formadas por elementos hexaédricos de 20 nós e 3 graus de liberdade por nó, porém com número diferente de elementos. Na Tab. 1 encontram-se as informações sobre as malhas utilizadas na discretização do problema.

Tabela 1: Características Das Malhas Utilizadas Na Discretização Do Problema.

Malha	Nº de elementos	Nº de nós
1	1.000	4.961
2	2.744	12.825
3	5.832	26.353

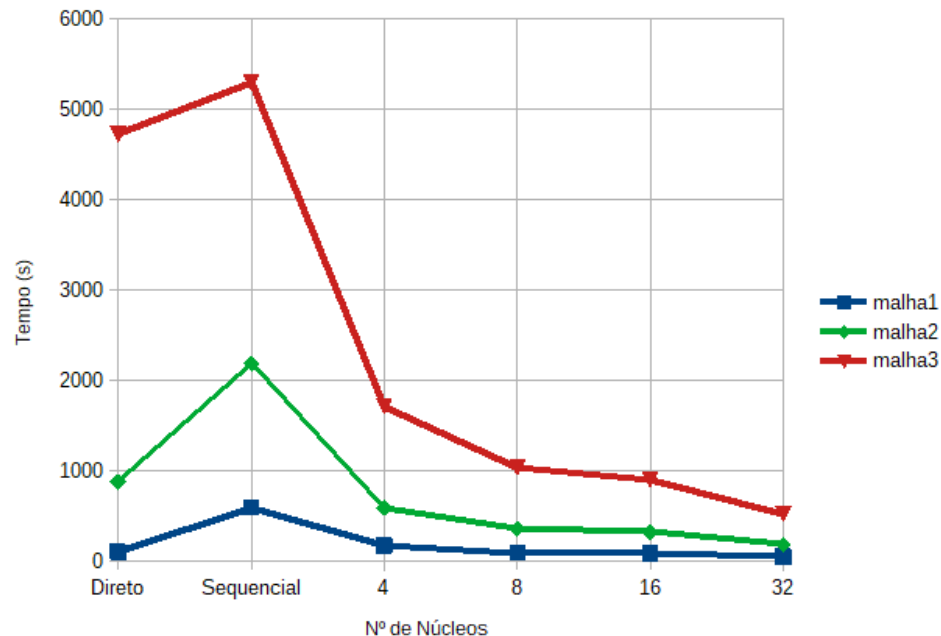
As simulações com as malhas descritas na Tab. 1 ocorreram da seguinte maneira: utilizando apenas uma *thread* do computador, versões do código que utilizam um método direto e a versão sequencial do código que usa o MGCP-EPE; utilizando 8, 16 e 32 *threads* a versão paralela do código que usa o MGCP-EPE. O método direto é o método de eliminação de Gauss associado à técnica de armazenagem *skyline*.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com os resultados das simulações foram geradas três figuras. Na Fig. 2 representou-se a curva tempo X número de núcleos. Observa-se que nas simulações realizadas com apenas um núcleo o método direto tem um desempenho bastante bom com as malhas menores. Com a malha menor é 6,73% mais lento do que o paralelo com oito núcleos e, com a malha intermediária, 58,80% mais lento. Com a malha maior o método direto é 78,03% mais lento que o paralelo de oito núcleos. A versão sequencial do MGCP-EPE,

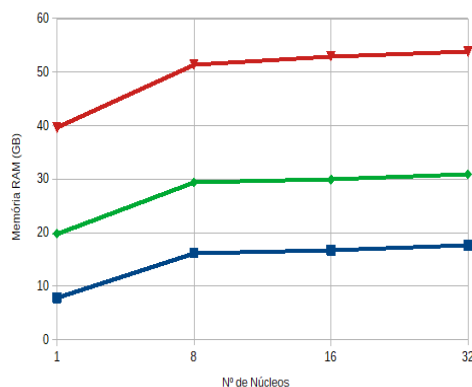
com qualquer malha, mostra-se inviável. Com as três malhas verificou-se que o aumento de núcleos melhorou o desempenho da versão paralela do MGCP-EPE, o que era de se esperar. Destaca-se que quanto maior a malha, mais importante torna-se o número de núcleos.

Figura 2: Tempo X Número De Núcleos.

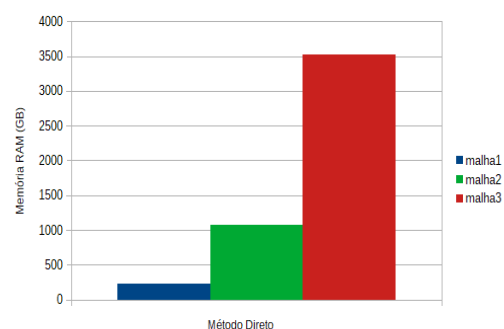


Na Fig. 3 representou-se as grandezas memória RAM utilizada X número de núcleos. Com o método direto, Figura 3 (b), que monta a matriz de rigidez global, a memória RAM utilizada com qualquer das malhas é sempre muito maior que a utilizada pelas demais versões do código. Na Fig. 3 (a), nas três curvas, verifica-se um trecho inicial com maior inclinação por que ao passar de sequencial para paralelo cria-se a variável  $\underline{\underline{kp^{(g)}}}$  além de se manter mais de uma matriz de rigidez de elemento montada. No restante das curvas a pouca inclinação refere-se à pouca memória consumida pela matriz de rigidez de um elemento.

Figura 5: Memória RAM X Número De Núcleos: (a) Versão Sequencial E Paralela; (b) Método Direto.



(a)



(b)

#### 4. CONCLUSÕES

Foi realizado um estudo comparativo entre um método direto que armazena a matriz de rigidez, o MGCP-EPE sequencial e o MGCP-EPE paralelizado. Nesse estudo verificou-se que o método direto tem tempo de processamento e consumo de memória mais elevado que os outros dois métodos. O MGCP-EPE sequencial tem o tempo de processamento mais elevado e o consumo de memória mais baixo. Seu uso é justificável em situações que envolvem malhas pequenas e equipamentos com pouca memória RAM. Em todas as simulações, o MGCP-EPE paralelizado apresentou um consumo de memória intermediário e o mais baixo tempo de processamento sendo o método de melhor performance dos três comparados.

#### 5. AGRADECIMENTOS

O orientador Eduardo Costa Couto agradece à FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL – FAPERGS pelo financiamento da pesquisa onde este trabalho se insere.

#### 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHANDRUPATA, T. R., BELEGUNDU, A. D. **ELEMENTOS FINITOS**. São Paulo: Pearson, 2014.

CHAPMAN, B., JOST, G., PAS, R. V. **Using OpenMP: Portable Shared Memory Parallel Programming**. Massachusetts: MIT Press, 2008.

FU, X. D., SHENG, Q., ZHANG, Y. H., CHEN, J. Investigation of Highly Efficient Algorithms for Solving Equations in the Discontinuous Deformation Analysis Method. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Wiley, v.4, p. 469 - 486, 2016.

VAZ, L. E. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.