ANÁLISE DE UM FLUIDO SUBSÔNICO EM UM BOCAL CONVERGENTE DIVERGENTE

Gustavo Braz Kurz; Régis Quadros; Daniela Buske[3]

[1]Universidade Federal de Pelotas – gustavobrk@gmail.com
[2]Universidade Federal de Pelotas – regisquadros99@gmail.com
[3]Universidade Federal de Pelotas – danielabuske@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Bocais são componentes que apresentam uma variação de pressão e que, por isso, tem a capacidade de alterar a velocidade do fluido escoando pelas diversas seções de área.

Suas utilizações, no campo da mecânica dos fluidos e termodinâmica, são diversas tais como: túneis-de-vento, dinâmica de gases de alta energia, lasers químicos. E mais especificamente, bocais convergente-divergentes, são utilizados em foguetes e motores a jatos. Na figura 1, é mostrado um bocal padrão, aonde M é número de Mach. O objetivo é o de aumentar a energia cinética do meio que se escoa, em detrimento da sua pressão e a energia interna. Os bocais podem ser descritos como convergente (estreitando para baixo a partir de um diâmetro largo para um menor diâmetro na direção do fluxo)ou divergente (expansão a partir de um diâmetro menor para um maior). Um bico de laval tem uma seção convergente, seguida por uma seção divergente e é muitas vezes chamado um injetor convergente-divergente. Para fluidos subsônicos utilizamos bocais convergentes, para acelerá-los.

Figura 1: Bocal Convergente Divergente:

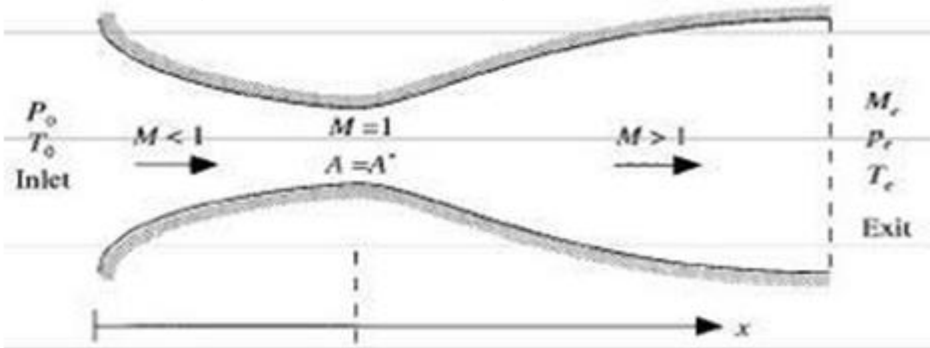
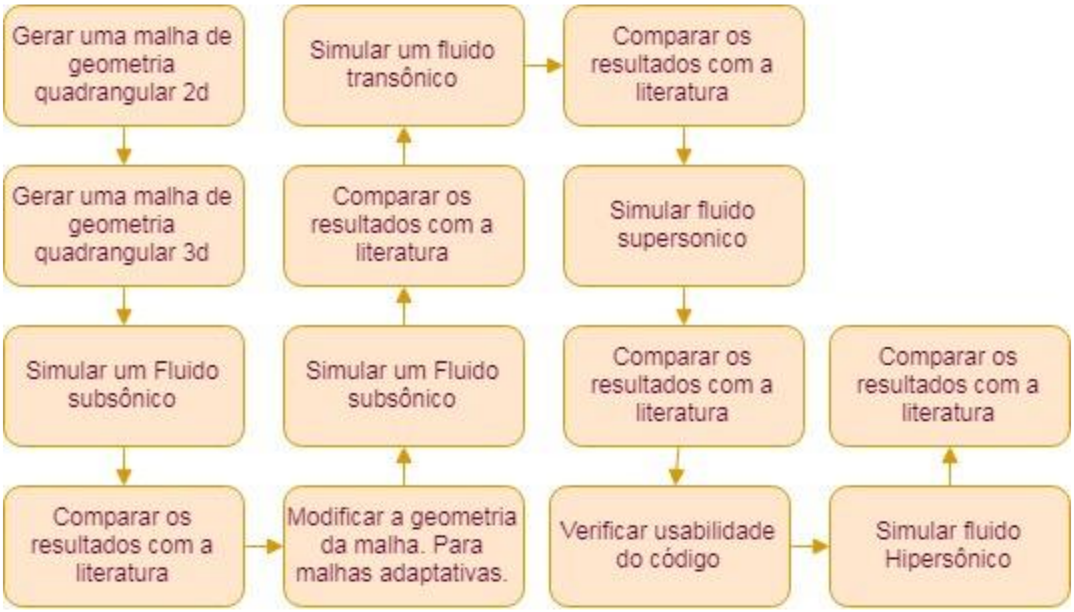


Figura de (Fernandes e Fortunato/ UNICAMP).

2. METODOLOGIA

Utilizaremos do fluxograma abaixo para explicarmos a metodologia do trabalho:

Figura 2: Fluxograma do Projeto:



Cabe agora explicar cada passo do trabalho, mas vou ressaltar a parte em que se encontra o andamento do projeto, que é a geração da malha 2d.Para gerarmos nossa malha 2d, temos o objetivo de resolver computacionalmente a equação de Poisson bidimensional, que é uma equação elíptica de segunda ordem dada por:

$$-\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=f(x,y)$$

O domínio de integração de uma equação elíptica bidimensional é sempre uma área limitada pela fronteira *ωR*. As condições de contorno usualmente especificam os valores da função ou os valores de sua derivada normal ao longo do contorno *ωR*, ou uma mistura de ambos, que são respectivamente, as condições de Dirichlet (u é conhecida em *ωR*), de Neumann, e de Robin. Em particular considera-se uma região quadrada $R = \{\, (x,y) \in R^2 \,/\, a \leq x \leq b, a \leq y \leq b \,\}$ com condição de contorno $u(x,y) = g(x,y)$ em *ωR.*

O problema em estudo é formulado por uma equação diferencial parcial do tipo estacionária e por condições auxiliares específicas. Considerando o fato de que nem sempre existe solução analítica, faz-se necessária a resolução do problema de modo numérico. Para tanto, o método de diferenças finitas é adotado para a discretização do domínio e das derivadas parciais.

O método numérico de diferenças finitas é usado como uma abordagem alternativa para obter a aproximação da solução de uma equação diferencial parcial.

A ideia básica desse método é transformar a resolução de uma equação diferencial em um sistema de equações algébricas, substituindo as derivadas por diferenças.

$$\left\{ \begin{array}{c} \nabla^2 u = -\,\Delta u = -\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = f(x,y) com\ (\,x,y) \in R \\ u = g(x,y)\ com\ (x,y)\ \in \omega R \end{array} \right\}$$

Definida então no contorno $R = \{\,(x,y) \in R^2\ /\ 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\,\}$ sobre a fronteira ωR do retângulo.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Vamos considerar o seguinte tipode equação de Poisson bidimensional dada por:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \ 2e^{x+y}$$

definida em um quadrado de lado unitário, sua solução exata e condição de contorno do tipo Dirichlet em toda fronteira do domínio são dadas por $u = e^{x+y}$ iremos comparar os resultados com o de (FORTUNA,2012) e de (BERLANDI, 2017). A seguinte figura nos mostra como é feita a discretização do domínio quando trabalhos com a geometria quadrangular.

Discretização do Domínio.

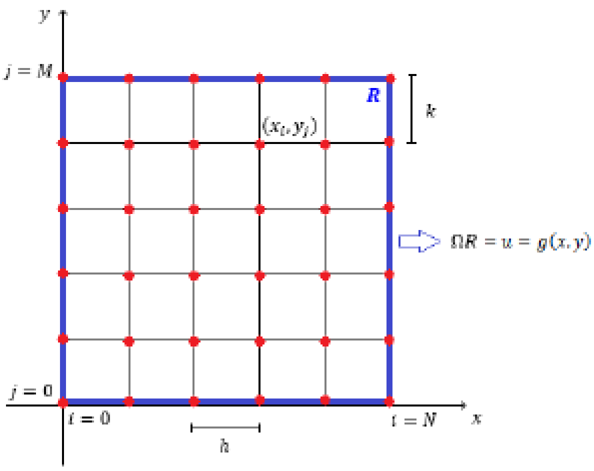
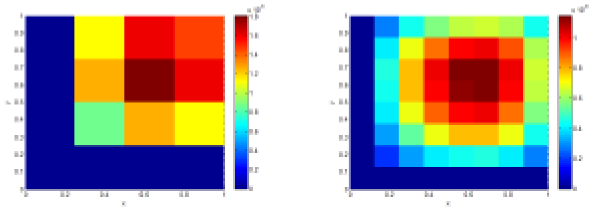


Figura de (Berlandi,2017)

Primeiramente, teremos que comparar os resultados com BERLANDI, buscando a seguinte malha grossa, para distribuição do erro local. Mais ainda, para validação ja temos os dados na literatura para verificar se nosso método de solução irá funcionar para uma malha fina.

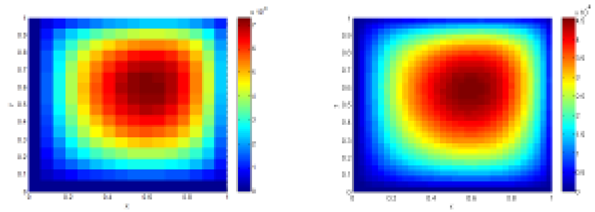
Segue então as figuras 3 e 4, que nos mostra a distribuição do erro local, para uma malha grossa, intermediária grossa, intermediária fina e fina:

Figura 4 : Erro local para malhas de diferentes precisões



(a) Malha grossa. (b) Malha intermediária grossa.

Figura 5 : Erro local para malhas de diferentes precisões



(a) Malha intermediária fina. (b) Malha fina.

4. CONCLUSÕES

Com o intuito de resolver problemas complexos através de simulações numéricas, faz-se necessário desenvolver um intenso estudo sobre algoritmos e principalmente qual o melhor domínio computacional a ser utilizado (malha), visto que há uma grande quantidade de sistemas. Portanto, para conseguir dar ínicio a esse estudo, fizemos a ánalise sobre a equação bidimensional de Poisson, e apartir disso vamos buscar o algoritmo utilizando o método de diferenças finitas para conseguir resolver a equação numericamente. Sabe-se que para a solução do sistema linear resultante, métodos numéricos de álgebra linear devem ser utilizados. Inicialmente mostro aqui uma pequena parte do que está sendo desenvolvido do projeto e do seu andamento.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A. O. Fortuna, TÉCNICAS COMPUTACIONAIS PARA DINÂMICA DOS FLUIDOS: CONCEITOS BÁSICOS E APLICAÇÕES. São Paulo: EDUSP, 2012.

R. L. Burden e J. D. Faires**, Análise numérica.** São Paulo, Brasil: Cengage Learning, 2008.

BRAGA BERLANDI, Leticia,L.B.B. Métodos multi-malhas aplicados à equação de Poisson bidimensional. In: **SIMPÓSIO DE MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA**, 2017.

UNICAMP.Escoamento compressível. Acessado em 7 de julho de 2019. Online Dísponivel em :
http://www.fem.unicamp.br/~phoenics/EM974/PROJETOS/PROJETOS%202%20SEM-11/TURMA%20A/G10%20OK/Escoamento%20Compressivel%20Subsonico%20e%20Supersonico%20em%20Bocais%20C-D.pdf