EVOLUÇÃO DO UNIVERSO PRIMORDIAL

VINÍCIUS SIMÕES ADERALDO[1];
VICTOR PAULO GONÇALVES[2]

[1]Universidade Federal de Pelotas – vini.aderaldo@gmail.com
[2]Universidade Federal de Pelotas – barros@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

A área da Física que procura descrever o Universo em grandes escalas (>100Mpc) é a Cosmologia. Em suma, a Cosmologia se encarrega de descrever o comportamento (como evolui), a composição (o que o permeia) e estrutura (como se distibrui a sua composição) do Universo (ROSENFELD, 2005). Ademais, temos que a Relatividade Geral é a teoria que descreve matemáticamente a Cosmologia através das equações de Campo, propostas por Albert Einstein, que, por sua vez se reduzem à equação de Friedmann quando consideramos que o Universo é homogêneo (a composição do Universo se distribui de forma homogênea) e isotrópico (não existe direção preferencial). A equação de Friedmann descreve a expansão do Universo e possui a seguinte forma (RYDEN, 2002)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 H_0^{-2} = \frac{\Omega_{r,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \Omega_{\Lambda,0} \qquad (1)$$

onde H_0 é a constante de Hubble, $\Omega_{r,0}$, $\Omega_{m,0}$ e $\Omega_{\Lambda,0}$ são os parâmetros de densidade para a radiação, matéria e Constante Cosmológica, respectivamente, e a é o fator de escala. Na equação (1), já estamos considerando um Universo plano, devido aos dados observacionais recentes. O fator de escala nos diz qual é a taxa com que o Universo se expande. Se desejamos descrever a expansão do Universo, precisamos determinar como o fator de escala evolui no tempo e, para tanto, devemos solucionar a equação (1). Todavia, antes de solucionarmos a equação (1), devemos determinar qual o cenário que iremos considerar, ou seja, quais serão as componentes que iremos considerar em nossa descrição. Com o intuito de analisar a evolução temporal do fator de escala, no presente trabalho consideramos a combinação de duas componentes, a saber: matéria + radiação e matéria + Constante Cosmológica (Λ), na solução numérica da equação de Friedmann.

2. METODOLOGIA

Para o desenvolvimento de nossos estudos, consideramos dois cenários. O primeiro deles foi um Universo com geometria plana descrito pela métrica do Modelo Cosmológico Padrão (NETO, 2018; FRÓES, 2014) e composto por matéria e Constante Cosmológica. O segundo diz respeito a um Universo plano, também descrito pela métrica do Modelo Cosmológico Padrão, mas composto por matéria e radiação. Com o intuito de obtermos as soluções numéricas da equação de Friedmann, utilizamos o método Runge-Kutta para a resolução numérica de equações diferenciais.

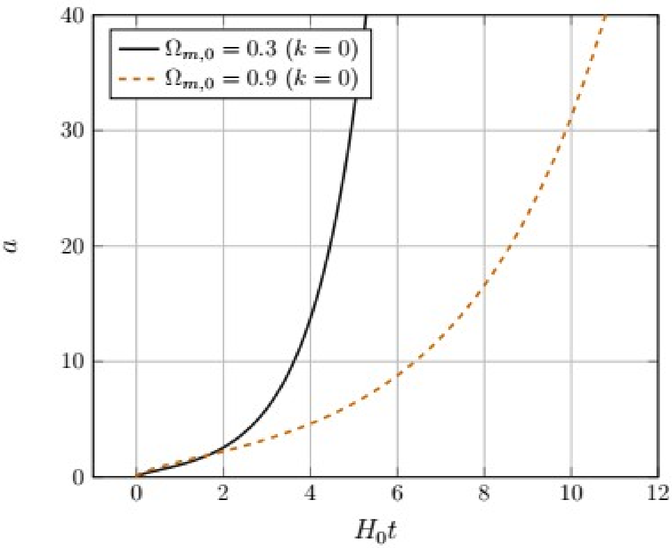
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para obtermos a solução numérica de um Universo plano, composto por matéria e Constante Cosmológica, resolvemos a equação diferencial

$$\dot{a} = H_0 \left(\frac{\Omega_{m,0}}{a} + \Omega_{\Lambda,0} a^2 \right)^{1/2} , \tag{2}$$

que obtemos através de uma simples manipulação da equação (1). Ao resolvermos a equação (2) numericamente, e considerando $H_0 = 70 \mathrm{km\ s}^{-1} \mathrm{Mpc}^{-1}$ (RYDEN, 2002) obtemos o gráfico da Figura 1. Neste gráfico, podemos notar que inicialmente o fator de escala se comporta com $a \propto t^{2/3}$, a dependência esperada para um Universo contendo apenas matéria como veremos a seguir. Quando

Figura 1 – Fator de escala em função do tempo obtido numericamente considerando $\Omega_{m,0}$= *0.3* e $\Omega_{m,0}$= *0.9.*



observamos para *t* grande, o fator de escala se comporta exponencialmente, como esperamos para um Universo composto apenas pela Constante Cosmológica, como iremos expor a seguir.

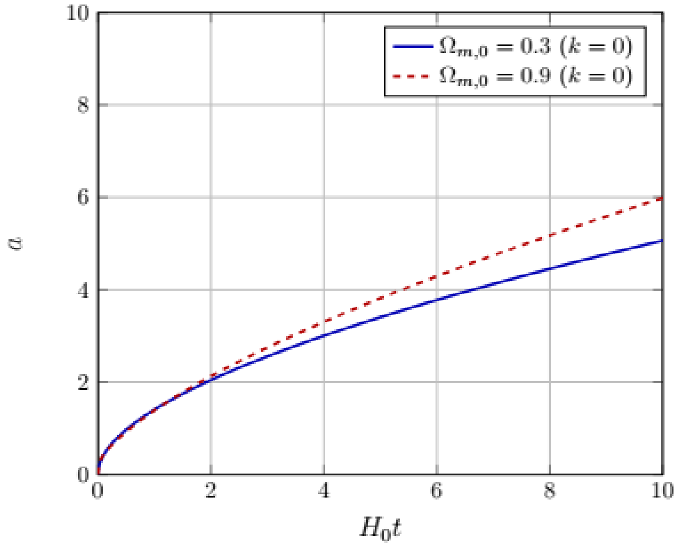
Para obtermos a solução numérica de um Universo plano, composto por matéria e radiação, resolvemos a equação diferencial

$$\dot{a} = H_0 \left(\frac{\Omega_{r,0}}{a^2} + \frac{\Omega_{m,0}}{a} \right)^{1/2} , \tag{3}$$

que obtemos da equação (1). Ao resolvermos a equação (3) numericamente, e considerando $H_0 = 70 \mathrm{km\ s}^{-1} \mathrm{Mpc}^{-1}$, obtemos o gráfico da Figura 2. Podemos observar no gráfico em questão que, para *t* pequeno, temos uma dependência do fator de escala com $a \propto t^{1/2}$, a mesma que esperamos para um Universo contendo apenas radiação. Por conseguinte, para *t* grande podemos notar uma dependência com $a \propto t^{2/3}$, ou seja, a mesma esperada para um Universo contendo apenas matéria.

Em um estudo anterior obtivemos soluções assintóticas para a equação de Friedmann, considerando pares de componentes. Em particular, para o caso em

Figura 2 – Fator de escala em função do tempo obtido numericamente considerando $\Omega_{m,0}$= *0.3* e $\Omega_{m,0}$= *0.9*.



que considerados matéria e Constante Cosmológica, obtivemos da equação (1) que, para *t* pequeno

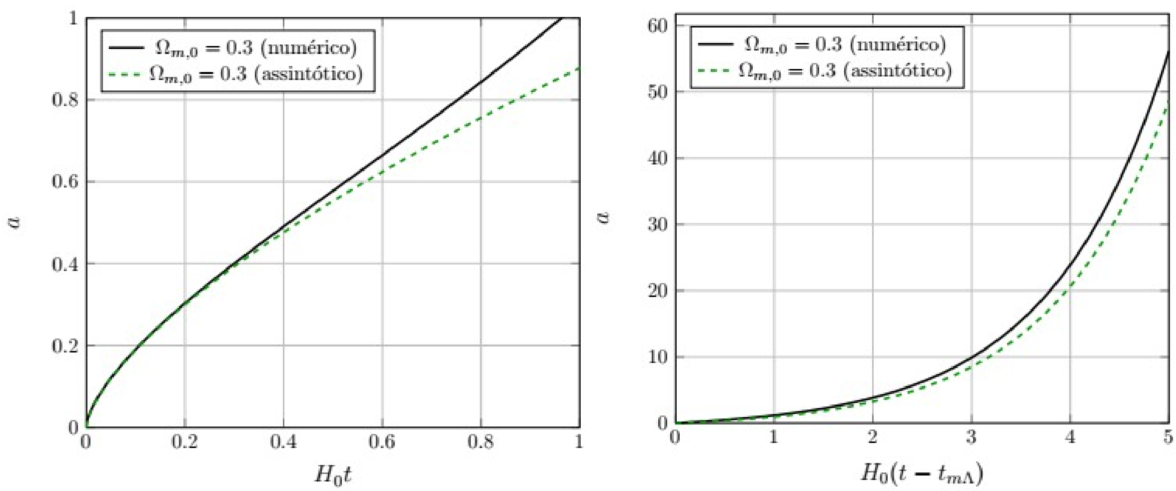
$$a(t) \approx \left(\frac{3}{2}\sqrt{\Omega_{m,0}}H_0 t\right)^{2/3} , \tag{4}$$

e, para *t* grande

$$a(t) \approx a_{m\Lambda} \exp\left[\sqrt{1-\Omega_{m,0}}H_0 t\right] , \tag{5}$$

onde $a_{m\Lambda}$ é o fator de escala onde há coexistência de matéria e a componente referente à Constante Cosmológica. Os gráficos obtidos a partir das equações (4) e (5) estão representados na Figura 3, onde comparamos com o gráfico obtido numericamente. Vale salientar que $\sum_i \Omega_{i,0} = 1$, onde o índice *i* diz respeito às componentes consideradas e $t_{m\Lambda}$ é o tempo no qual há a coexistência de ambas as componentes.

Figura 3 – Fator de escala em função do tempo obtido numericamente (linha contínua preta) comparado com o obtido assintoticamente (linha tracejada verde) para *t* pequeno (esquerda) e para *t* grande (direita) considerando $\Omega_{m,0}$= *0.3*.



Por outro lado, quando consideramos radiação e matéria, obtemos da equação (1) que, para *t* pequeno

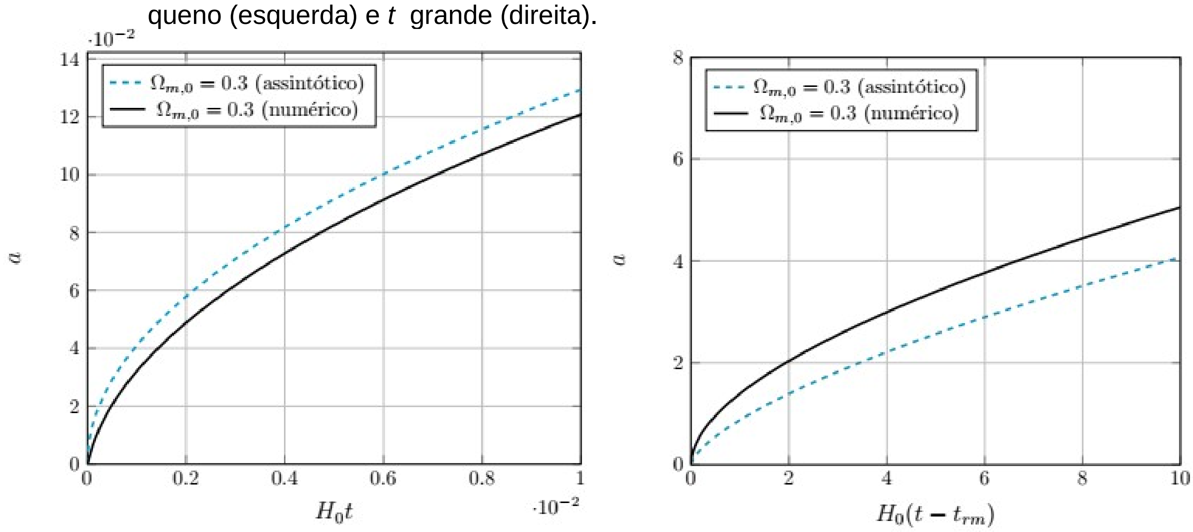
$$a(t) \approx \left(2\sqrt{\Omega_{r,0}}H_0 t\right)^{1/2} \, , \tag{6}$$

e, para *t* grande

$$a(t) \approx \left(\frac{3}{2}\sqrt{\Omega_{m,0}}H_0 t\right)^{2/3} \, . \tag{7}$$

Os gráficos obtidos a partir das equações (6) e (7) estão expostos na Figura 4 onde comparamos com o obtido numéricamente, tal que t_{rm} é o tempo no qual há a coexistência de matéria e radiação.

Figura 4 – Comparação do fator de escala em função do tempo obtido numericamente (linha preta contínua) e assintóticamente (linha azul tracejada) considerando $\Omega_{m,0}$= *0.3* para *t* pequeno (esquerda) e *t* grande (direita).



4. CONCLUSÕES

No presente trabalho, obtivemos as soluções numéricas da equação de Friedmann e apresentamos a evolução temporal do fator de escala, o qual determina a evolução do Universo, considerando duas combinações de pares de componentes em sua composição. Além disso, comparamos nossos resultados numéricos com as soluções assintóticas, derivadas em nossos estudos anteriores, o que permitiu determinar o regime temporal em que as soluções assintóticas descrevem adequadamente a evolução do Universo. Nosso objetivo futuro é resolver numericamente a equação de Friedmann considerando que o Universo é composto por matéria, radiação e a contribuição da Constante Cosmológica.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RYDEN, B. S. . **Introduction to Cosmology**. Addison Wesley, 2002.
ROSENFELD, R. . A Cosmologia. **Física na Escola**, v. 6, n. 1, p. 31-37, 2005.
NETO, G. P. S. . Estimando parâmetros cosmológicos a partir de dados observacionais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, n. 2, p. e2318(1-12), 2018.
FRÓES, A. L. D. . Astronomia, astrofísica e cosmologia para o Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 3, p. 3504(1-15), 2014.