

# UM ESTUDO GEOMÉTRICO DO TABULEIRO DO JOGO PONG HAU K'I

DANIELE PEREIRA FERREIRA<sup>1</sup>; LISANDRA DE OLIVEIRA SAUER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – pereiraferreiradaniele@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – lisandra.sauer@gmail.com

## 1. INTRODUÇÃO

O jogo Pong Hau K'i originou-se em Cantão na China. Segundo OLDFIELD (1991) [4], é um poderoso recurso que incentiva seus dois jogadores a pensarem em estratégias para vencer o jogo, exercitando o raciocínio matemático, que inclui a capacidade de fazer estimativas e com isso formular um padrão.

Este trabalho tem por objetivo analisar o tabuleiro desse jogo, verificando se determina um plano de incidência estudado na Geometria Euclidiana Plana e estudando algumas de suas possíveis alterações geométricas.

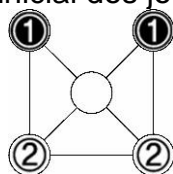
## 2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada foi a de realizar consultas ao livro de Geometria Euclidiana Plana (ver [1]), e em estudos a respeito do jogo ([2], [3], [4]) com abordagens distintas do proposto nesse trabalho. Para fazer conexões entre a Geometria Euclidiana Plana e o jogo Pong Hau K'i foram realizados encontros periódicos de discussão.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, as peças dos jogadores 1 e 2 são dispostas no tabuleiro do jogo conforme a Figura 1. Sorteia-se qual dos dois jogadores começa. Cada jogador, por vez, movimenta uma de suas peças, seguindo as linhas do tabuleiro, para a única casa livre. Nenhum salto é permitido. Aquele que não puder mover nenhuma de suas peças, ou seja, encontra-se bloqueado, perde o jogo.

Figura 1 – Posição inicial dos jogadores no tabuleiro



Fonte: autora.

Para jogar online consulte a referência [5]. Também é possível construir o tabuleiro do jogo Pong Hau K'i no GeoGebra Geometria Online [6], seguindo o seguinte passo-a-passo:

**1º** - Clique na engrenagem, “Exibir malha” e “Malha principal”.

**2º** - Na aba das ferramentas, clique em “MAIS”, vá em “Transformar” e “Reflexão em relação a um ponto”. Marque 2 pontos A e B, surgindo o ponto A'. Da mesma forma, marque um ponto C na intersecção das linhas do ponto A e A' e clique no ponto B, surgindo o ponto C'.

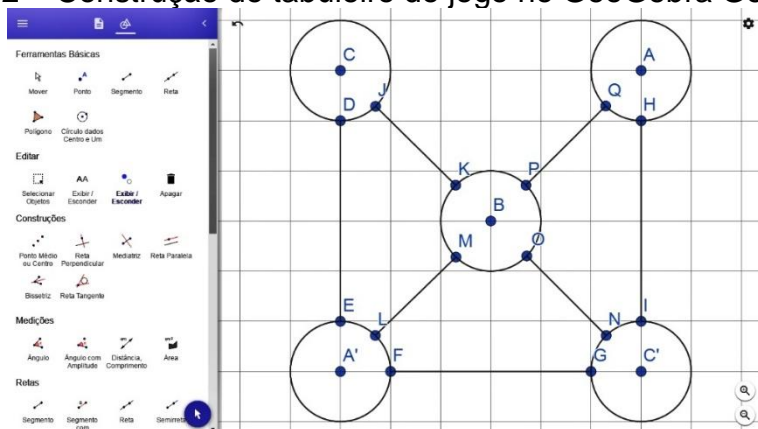
**3º** - Em “Círculos”, selecione “Círculos dados centro e raio”, clique em cada ponto e determine raio 1.

**4º** - Em “Retas”, selecione “Segmento” para unir as circunferências, exceto as duas de cima.

**5º** - Em “Editar”, selecione “Exibir/Esconder” e clique em todos os pontos, conforme Figura 2.

6º - Na engrenagem novamente, selecione “Exibir malha”, “Sem malha” e “Exibir todos os objetos”. Clique no “Menu Principal” no canto superior esquerdo e selecione “Baixar como” e depois “png”. Agora, basta imprimir.

Figura 2 – Construção do tabuleiro do jogo no GeoGebra Geometria



Fonte: autora.

Antes de analisarmos o tabuleiro, vamos entender a definição de plano de incidência. Sejam  $P$  um conjunto de pontos e  $R$  uma coleção de subconjuntos de  $P$  chamados de retas, então chamamos o par  $(P, R)$  de plano de incidência desde que satisfaça os axiomas a seguir:

**Axioma 1:** Qualquer que seja a reta, existem pontos que pertencem e pontos que não pertencem à reta.

**Axioma 2:** Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.

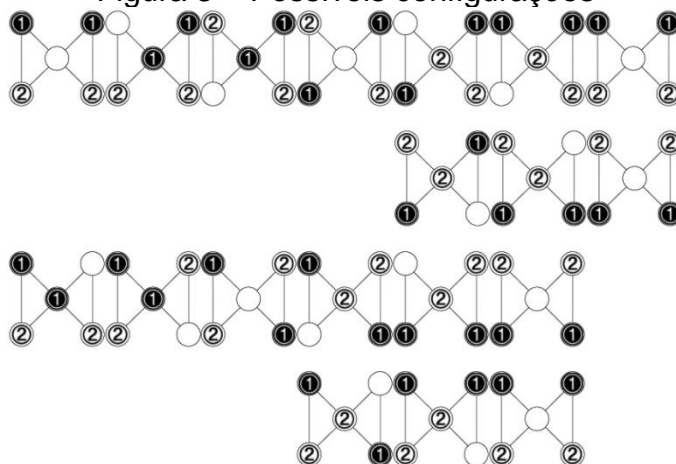
Sendo assim, consideremos  $P = \{A, A', B, C, C'\}$  o conjunto dos pontos do jogo, conforme a Figura 2,  $R = \{\{A', C'\}, \{A', C\}, \{A, C'\}, \{A, A', B\}, \{B, C, C'\}\}$  a coleção de subconjuntos de  $P$  chamados de retas, denotando por  $r$  a reta que contém os pontos  $A'$  e  $C'$ ;  $m$ , os pontos  $A'$  e  $C$ ;  $n$ , os pontos  $A$  e  $C'$ ;  $u$ , os pontos  $A, A'$  e  $B$ ; e  $v$ , os pontos  $B, C$  e  $C'$ . Temos que: Vale o Axioma 1, pois  $A', C' \in r$  e  $A, B, C \notin r$ ;  $A', C \in m$  e  $A, B, C' \notin m$ ;  $A, C' \in n$  e  $A', B, C \notin n$ ;  $A, A', B \in u$  e  $C, C' \notin u$ ;  $B, C, C' \in v$  e  $A, A' \notin v$ . Não vale o Axioma 2, pois não há uma reta que passe pelos pontos  $A$  e  $C$ . Portanto o par  $(P, R)$  não é um plano de incidência.

Se modificarmos o tabuleiro de forma que se torne um plano de incidência, ou seja, se ligarmos  $A$  e  $C$ , o jogo nunca termina, já que sempre há um caminho para o jogador fugir para a casa livre.

Agora, vejamos que ao eliminarmos do tabuleiro o caminho:

- $A'C'$ , conforme Figura 3, o jogo nunca termina.

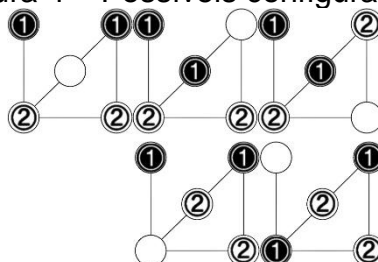
Figura 3 – Possíveis configurações



Fonte: autora.

- $CC'$  ou  $AA'$  ( $CC'$  refletido horizontalmente), conforme Figura 4, perde o jogador que for sorteado para começar.

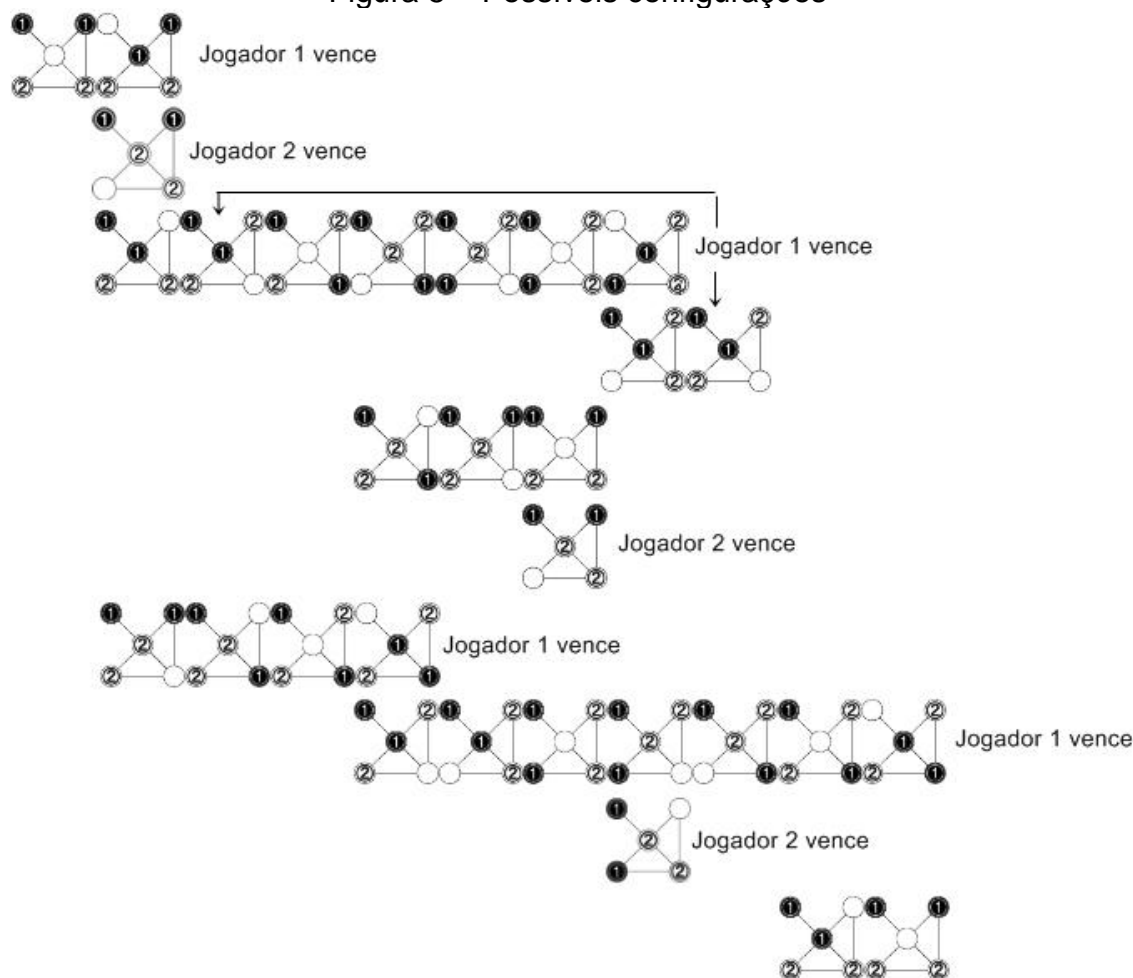
Figura 4 – Possíveis configurações



Fonte: autora.

- $A'C$  ou  $AC'$  ( $A'C$  refletido horizontalmente), conforme Figura 5, caso o jogador 2 comece e movimente sua peça da esquerda, ele vence nessa primeira rodada. Nos outros casos, o jogador 1 tem maior probabilidade de vencer.

Figura 5 – Possíveis configurações



Fonte: autora.

## 4. CONCLUSÕES

Apesar do tabuleiro do jogo não determinar um plano de incidência, temos uma boa jogabilidade assegurada pelas suas regras bem definidas. Isto é, a mecânica do jogo – tabuleiro e conjunto de regras – cumpre a missão de proporcionar uma boa interação do usuário com o jogo, mantendo um equilíbrio com o sentimento de recompensa e o aprendizado de estratégias obtidos pelos jogadores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 11.ed.
- [2] GONÇALVES, A. L. **Grafos: Aplicações ao Jogo**. 2007. Dissertação (Mestrado em Matemática/Educação) – Curso de Mestrado em Matemática/Educação, Universidade Federal de Pelotas.
- [3] UFRGS. **Jogos lógicos de tabuleiro**. Zero Hora Digital, Porto Alegre, 23 mar. 2000. Especiais. Acessado em 04 set. 2019. Online. Disponível em: [http://www.inf.ufrgs.br/lobogames/wp-content/uploads/2015/09/jogos\\_modulo1\\_texto.pdf](http://www.inf.ufrgs.br/lobogames/wp-content/uploads/2015/09/jogos_modulo1_texto.pdf)
- [4] OLDFIELD, B. J. Games in the Learning of Mathematics Part 3: Games for Developing Strategies. **Mathematics in School**, The Mathematical Association, vol.20, n.3, pp. 16-18, May, 1991.
- [5] Transum. **Pong Hau K'i**. Acessado em 04 set. 2019. Online. Disponível em: [https://www.transum.org/Software/Game/Pong\\_Hau/](https://www.transum.org/Software/Game/Pong_Hau/)
- [6] GeoGebra. **Geometry**. Acessado em 04 set. 2019. Online. Disponível em: <https://www.geogebra.org/geometry>