

REGISTROS DINÂMICOS DE REPRESENTAÇÃO NO GEOGEBRA: UMA ANÁLISE NO ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

RAFAEL DOS REIS PAULO¹; ANDRE LUIS ANDREJEW FERREIRA²;
MARLEIDE COAN CARDOSO³

¹Universidade Federal de Pelotas – drp.rafael@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – andrejew.ferreira@gmail.com

³Instituto Federal de Santa Catarina – mccoan@gmail.com

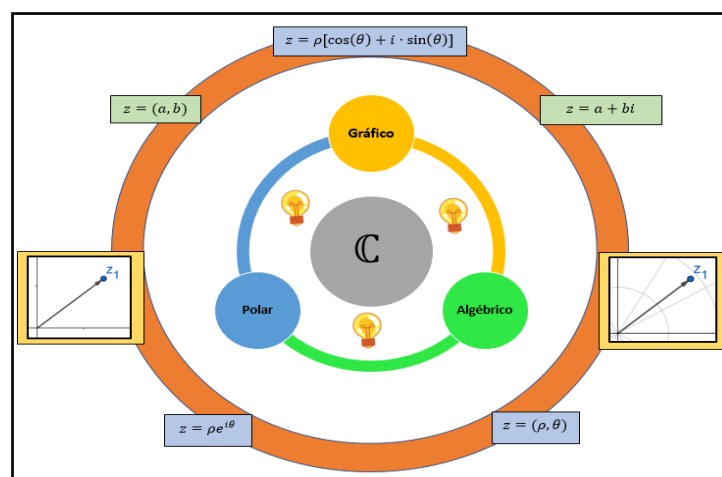
1. INTRODUÇÃO

A aprendizagem da matemática se revela como um campo complexo e ao mesmo tempo privilegiado para investigações que primam entender o funcionamento do pensamento matemático. Complexo no que diz respeito às atividades cognitivas desencadeadas para compreendê-la, pois para apropriação dos objetos matemáticos são requeridas algumas atividades cognitivas, como por exemplo, o raciocínio, a abstração, a resolução de problemas, a interpretação de textos, entre outros. Vale destacar que essas atividades são solicitadas não apenas para aprendizagem da matemática, mas para todas as aprendizagens. No entanto, há uma peculiaridade no tocante a aprendizagem da matemática, a saber, a mesma necessita de sistemas de representação para acessar os objetos, que por excelência são abstratos.

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval dedicou anos de pesquisa teórica e empírica para fundar a teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS), por meio desses registros o autor clarifica de um ponto de vista semi-cognitivo o processo de aprendizagem da matemática. Para DUVAL (2009), um registro de representação é um sistema dotado de regras de conformidade que permite a realização das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro” (DUVAL, 2009, p.55).

Para melhor entendimento da teoria dos RRS e do objeto dessa pesquisa é importante conhecer os registros e as representações (Figura 1) inerentes ao objeto deste estudo, os números complexos.

Figura 1 – Registros e representações dos números complexos



Fonte: Autores, 2018.

Ao centro da Figura 1 está o objeto que se deseja acessar, ao redor se encontram os registros que exercem a função de “iluminar” o acesso ao objeto pretendido, tais registros que no tocante aos números complexos dividem-se em algébrico, polar (ou trigonométrico) e gráfico, se diferenciam por regras de conformidade específicas que se manifestam em diversas representações.

As representações, expostas sobre o anel maior na Figura 1, recobrem as múltiplas portas de entrada para os registros e, por conseguinte ao objeto. Assim, fica evidente o que afirma DUVAL (2003; 2009) que toda representação fornece um entendimento parcial do objeto, pois ao acessar o objeto pela representação $z = a + bi$ perpassa apenas pelo registro algébrico, que por sua vez é um das três possibilidades.

Duval ainda reitera que a aprendizagem da matemática requer uma mobilização de distintas representações envolvendo ao menos dois registros. E, isso ocorre por dois motivos, o primeiro e mais importante é não confundir o objeto com uma de suas representações e o segundo é para ter uma visão mais ampla sobre as representações para uma melhor compreensão do objeto.

Mas o busílis dessa teoria está na dificuldade de mediar essas diversas representações, ou melhor, compreender a real necessidade de transitar sobre elas. Isto pode ser evidenciado no próprio discurso do professor, com por exemplo – “na parte algébrica os estudantes conseguem operar, mas quando é solicitado um gráfico e/ou figuras eles encontram dificuldades”. Por vezes o próprio caminho contrário se torna difícil, ir da representação gráfica para a representação no registro algébrico.

Partindo desses pontos estuda-se a possibilidade de implementar outras maneiras de transitar entre os registros de representação a partir da utilização de ambientes de geometria dinâmica. O GeoGebra, por exemplo, possibilita visualizar, mover, arrastar e animar as representações de diferentes objetos matemáticos na sua interface.

Especificamente para esta pesquisa, os ambientes de geometria dinâmica comportam parte essencial para o alcance do objeto de pesquisa, uma vez que se apresenta a hipótese de que tais ambientes potencializam e/ou oferecem outras possibilidades de representar, tratar e converter, de um ponto de vista das representações semióticas os objetos matemáticos.

2. METODOLOGIA

Para as pesquisas que pretendem de algum modo investigar o processo de ensino com vistas a constituir propostas didáticas, há encaminhamentos específicos como a Engenharia Didática que tem como umas das muitas finalidades “desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da matemática”. (MENDES, 2009, p.23).

Os pressupostos metodológicos da Engenharia Didática (ED) segundo ALMOULOU (2007) assemelham-se a uma pesquisa de procedimento experimental com intervenções didáticas diretas em sala de aula pelo professor-pesquisador. Numa ED a validação dos resultados não ocorre por meio de comparações ou cruzamento de referências, mas pela comparação interna entre as suas diferentes fases de execução. Desse modo, a seguir serão descritos os procedimentos realizados em cada fase (as quais estão grifadas) afim de clarificar o objeto de pesquisa.

Na primeira fase, **análises prévias**, foram realizados estudos teóricos sobre o referencial desse trabalho, a saber os RRS e ambientes de geometria dinâmica. Além disso, um estado do conhecimentos relacionando as pesquisas findadas que versam sobre o objeto desta pesquisa, também realizou-se uma análise de três livros didáticos visando conhecer como o ensino dos números complexos é abordado na Educação Básica. Ao final dessa etapa o pesquisador foi a campo para observar os participantes da pesquisa e fazer um reconhecimento do local da pesquisa.

Após este estudo prévio foram elaboradas as sequências didáticas, marcando o início das **análises a priori**. Ao todo, foram elaboradas 6 atividades que abordam os seguintes aspectos: os objetos de ensino referentes aos números complexos; registros dinâmicos de representação e; transformações semióticas. Cabe ressaltar que a cada sequência de ensino às hipóteses foram elencadas para posterior validação.

A **experimentação** das sequências ocorreu entre os meses de maio e julho de 2018 no IFSul – Campus Pelotas em duas turmas de ensino médio, totalizando 41 estudantes. As atividades elaboradas foram dissolvidas nos planos de aula e foram aplicadas pelo pesquisador durante o período mencionado.

Os resultados e discussão das representações coletadas na experimentação ainda estão sendo analisadas pelo pesquisador, ou seja, a investigação se encontra em andamento na fase de **validação e análises a posteriori** segundo a metodologia. No entanto, cabe destacar que dos 41 estudantes que participaram da pesquisa foram selecionados apenas aqueles com frequência maior ou igual a 80% e que tenham entregue o Termo de Consentimento e Livre Esclarecido – TCLE, totalizando 13 estudantes.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

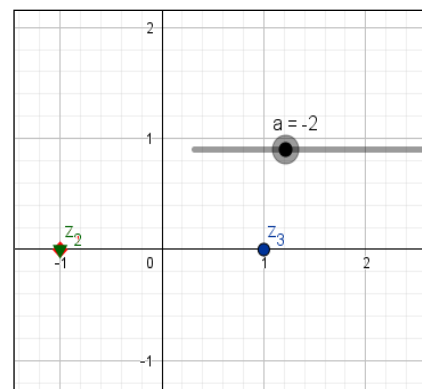
Para a discussão dos resultados desse estudo em andamento foi selecionado 1 (uma) das 6 (seis) atividades planejadas para analisar. A atividade consistia em requerer que o estudante utilizando o aplicativo de matemática dinâmica para explicar porque as potências da unidade imaginária se comportam da seguinte maneira:

$$i^{-n} \Rightarrow \begin{cases} i^{-n} = i^n, & \text{se } n \text{ for par} \\ i^{-n} = -i^n, & \text{se } n \text{ for ímpar} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{Z}$$

Utilizando o GeoGebra o aluno desenvolveu, conforme Figura 2, o seguinte raciocínio:

Figura 2 – Estudante utilizando representações dinâmicas no GeoGebra

Primeiramente coloque o mínimo do pen-
"a" em -10 e o máximo em 10. Logo após
criei três pontos com cores e símbolos diferentes:
 $z_1 = i^{-a}$, $z_2 = i^a$, $z_3 = -i^a$.
Fui mudando o valor de "a" e percebi que
quando "a" era ímpar: $z_1 = z_3 (i^{-a} = -i^a)$, e
quando "a" era par: $z_1 = z_2 (i^{-a} = i^a)$.
Por alguma razão os valores foram "estranhos",
e com esse experimento fui capaz de provar
que: $i^{-a} = i^a$ (quando "a" for par)
 $i^{-a} = -i^a$ (quando "a" for ímpar)



Fonte: Autores, 2018.

Ao desenvolver essa atividade o estudante operou com duas representações distintas em registros também distintos, perceba que na parte escrita no caderno o fez-se a utilização da representação no registro algébrico e no GeoGebra a representação no registro gráfico. Além disso, na interface do aplicativo o estudante pode conferir a relação existente entre as representações escolhidas.

Cabe ressaltar, a possibilidade de tornar a representação no registro geométrico dinâmico, a medida que estudante arrasta o controle deslizante ($a = -2$) para outros valores inteiros, o mesmo consegue provar que o comportamento das potências da unidade imaginária segue o padrão mostrado no enunciado da atividade.

Essa facilidade e dinamicidade com que o ambiente de geometria dinâmica oferece para representar o objeto agrega ao estudante a capacidade de melhor entender o objeto em estudo, pois transita entre representações que são fundamentais para aprendizagem dos objetos matemáticos.

4. CONCLUSÕES

As considerações sobre as atividades aplicadas até o momento, revelam indícios de que os ambientes de geometria dinâmica aliado ao entendimento da apropriação da matemática segundo a teoria de Duval, tem se mostrado como uma alternativa para superar o entrave do processo de ensino e consequentemente aprendizagem quando das transformações entre as representações semióticas, tratamentos e conversões. Isso porque os registros dinâmicos de representação, estes obtidos por meio do aplicativo de matemática dinâmica, requer por excelência a utilização de duas representações simultâneas. Ou melhor, para além da possibilidade de representar o objeto nas suas variadas representações, o ambiente de matemática dinâmica consegue estabelecer relações entre as unidades que formam cada representação.

Essa obrigatoriedade de operar com mais de uma representação de um ponto de vista semiótico, elucida alguns problemas enfrentados na aprendizagem dos números complexos, que fora dos registros dinâmicos podem ser abordados de forma abrupta e sem correlação entre as unidades que significam cada representação.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, p.11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MENDES, I. **Matemática e investigação em sala de aula**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.