

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE PLASMAS COM FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES DO TIPO KAPPA

ANDREW WELVIS SILVA DE OLIVEIRA¹; FERNANDO JAQUES RUIZ SIMÕES JUNIOR²

¹Universidade Federal de Pelotas – andrew.welvis@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – fernando.simoes@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Observações *in situ* do plasma no ambiente espacial mostram partículas que apresentam distribuição de velocidades com caudas supertérmicas e frequente anisotropia, tais partículas não são bem descritas por distribuições de velocidades do tipo Maxwelliana ou bi-Maxwelliana. Estes fatores não térmicos observados no ambiente espacial são melhores descritos pela família de funções de distribuição de velocidades do tipo Kappa (FDVs- κ) que seguem uma lei de potência em suas caudas (LIVADIOTIS, 2015).

Em geral, as FDVs- κ têm sido utilizadas de forma empírica para ajustes de dados observacionais de distribuições de partículas. Tais distribuições podem ser escritas em diferentes formas matemáticas, na qual dependem do índice espectral kappa (κ), entre elas há duas formas isotrópicas amplamente utilizadas. Uma delas surgida por SUMMERS; THORNE (1991), que possui a velocidade térmica θ dada por $\theta^2 = [(\kappa - 3/2)/\kappa](2k_B T_s/m_s)$, onde T_s e m_s são a temperatura e a massa da espécie s que constitui o plasma, e k_B é a constante de Boltzmann. Chamada aqui de FDVs- κ de Summers e Thorne, escrita como:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{N}{(\pi\kappa\theta^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa\theta^2}\right)^{-(\kappa+1)}, \quad (1)$$

sendo N o número da densidade de partículas e Γ a função Gamma. Na FDVs- κ de Summers e Thorne o índice espectral κ pode assumir valores no intervalo $3/2 < \kappa < \infty$, quando $\kappa \rightarrow \infty$ as FDVs- κ recai em uma função de distribuição do tipo Maxwelliana.

A Segunda forma das funções Kappa isotrópicas foi proposta por LEUBNER (2002), ao realizar estudos sobre a Mecânica Estatística não extensiva de TSALLIS (1988) com funções de distribuição de velocidades obtidos por satélites, como um meio de justificar teoricamente o surgimento de FDVs- κ . A FDV- κ de Leubner é escrita como:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{N}{(\pi\kappa v_{th}^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma(\kappa - 3/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa v_{th}^2}\right)^{-\kappa}, \quad (2)$$

onde v_{th} é uma velocidade térmica dada por $v_{th}^2 = 2k_B T_s/m_s$. Nesta função de distribuição o índice espectral κ pode assumir qualquer valor contido no intervalo de $5/2 < \kappa < \infty$, a FDV- κ de Leubner recai em uma função do tipo Maxwelliana quando $\kappa \rightarrow \infty$, assim como a FDV- κ Summes e Thorne.

A anisotropia nas distribuições Kappa podem ocorrer de duas formas. Quando a anisotropia está associada a temperatura, entre elas é usualmente utilizada a chamada função de distribuição de velocidades bi-Kappa (BK) escrita como:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{N}{(\pi\kappa)^{3/2}\theta_{\parallel}\theta_{\perp}^2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left(1 + \frac{v_{\parallel}^2}{\kappa\theta_{\parallel}^2} + \frac{v_{\perp}^2}{\kappa\theta_{\perp}^2}\right)^{-(\kappa+1)}, \quad (3)$$

onde a temperatura paralela ao campo magnético externo $T_{s\parallel}$ é diferente da temperatura perpendicular $T_{s\perp}$. Outra forma de anisotropia está associada ao

índice espectral κ , e também pode conter anisotropia associada a temperatura, nessa forma de anisotropia usualmente é utilizada a chamada função de distribuição de velocidades produto bi-Kappa (PBK) escrita como:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{N}{\pi^{3/2} \kappa_{\parallel}^{1/2} \kappa_{\perp} \theta_{\parallel} \theta_{\perp}^2} \frac{\Gamma(\kappa_{\parallel} + 1) \Gamma(\kappa_{\perp} + 1)}{\Gamma(\kappa_{\parallel} + 1/2) \Gamma(\kappa_{\perp})} \times \left(1 + \frac{v_{\parallel}^2}{\kappa_{\parallel} \theta_{\parallel}^2}\right)^{-(\kappa_{\parallel} + 1)} \left(1 + \frac{v_{\perp}^2}{\kappa_{\perp} \theta_{\perp}^2}\right)^{-(\kappa_{\perp} + 1)}. \quad (4)$$

A PBK é o produto entre FDVs- κ unidimensional (subíndice \parallel , paralelo) e bidimensional (subíndice \perp , perpendicular).

Quando a função de distribuição que descreve o plasma é alterada, o tensor dielétrico deve ser calculado. Podendo alterar os modos normais de propagação no plasma. Neste trabalho são realizadas simulações computacionais para analisar o modo de Langmuir para plasmas descritos por FDVs- κ isotrópicas e anisotrópicas, utilizando o código unidimensional KEMPO1 de OMURA; MATSUMOTO (1993), que usa o método PIC (do inglês, particle-in-cell) para a resolução do sistema Vlasov-Maxwell (SIMÕES JR et al., 2011).

2. METODOLOGIA

Para realizar as simulações PIC, foi necessário criar um método para gerar valores aleatórios seguindo as FDVs- κ que são utilizadas como a função de distribuição de velocidades inicial no código. O método foi embasado no trabalho de ABDUL; MACE (2014), onde foi possível gerar valores aleatórios seguindo uma FDV- κ unidimensional. Neste método, utiliza-se a função de distribuição t-student multiderivativa.

Para produzir aleatoriamente os valores para as velocidades das partículas cujos modulados pelas FDVs- κ , foi usado o software livre Octave (EATON et al., 2017), que possui um pacote chamado STATISTICS que incorpora nativamente a distribuição t-student multiderivativa. Essa função gera os valores aleatórios que serão introduzidas no código como as componentes das velocidades iniciais das partículas.

O método usado para a realização das simulações foi o método PIC. Tal método usa partículas computacionais para representar a função de distribuição inicial e move as partículas usando as equações de movimento para acompanhar a evolução da função de distribuição. Este tipo de simulação desempenha um papel significativo na interpretação cinética não lineares, tais como processos de instabilidades em ondas em plasma, difusão e aceleração de partículas.

O KEMPO1 (acrônimo derivado da expressão em inglês Kyoto university's ElectroMagnetic Particle cOde) é um código de partículas eletromagnético unidimensional no espaço de configuração e tridimensional no espaço de velocidades, campo e corrente. Usado para a realização das simulações, foi alterado para aceitar as FDVs- κ como as funções de distribuição de velocidades iniciais. No código, resolve-se numericamente as equações de movimento de Newton-Lorentz para obter as posições e velocidades das partículas e as equações de Maxwell para a obtenção dos campos de forma autoconsistente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modo de Langmuir é um modo eletrostático de alta frequência. ZIEBELL et al. (2017) obtêm o modo de Langmuir de forma analítica para plasmas descritos por diferentes FDVs- κ . Ao considerar a FDV- κ de Summers e Thorne, o modo de Langmuir é o mesmo que o obtido para uma função de distribuição Maxwelliana,

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{3}{2} k^2 \lambda_{De}^2 \right), \quad (5)$$

sendo ω_{pe} e λ_{De} a frequência de plasma e o comprimento de Debye para os elétrons, respectivamente. Já ao considerar a FDVs- κ de Leubner, o modo de Langmuir passa a depender do índice espectral κ , dado por:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\kappa}{\kappa - 5/2} k^2 \lambda_{De}^2 \right). \quad (6)$$

Para as distribuições Kappa anisotrópicas, temos que o modo de Langmuir para a BK e PBK é o mesmo obtido ao se considerar uma distribuição bi-Maxwelliana, dado por:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{3}{2} k_{\parallel}^2 \lambda_{De\parallel}^2 \right). \quad (7)$$

As simulações foram realizadas para valores do índice espectral κ frequentemente observados no vento solar e na magnetosfera terrestre. Considerando um sistema com comprimento $L = 4096 \lambda_{De}$ e espaçamento na grade dado por $\Delta x = 2 \lambda_{De}$. Todas as frequências e velocidades são normalizadas pela frequência de plasma, ω_{pe} , e velocidade térmica dos elétrons, v_{the} , respectivamente. Cada simulação é realizada durante 16384 passos temporais, onde cada passo é dado por $\Delta t = 0,02 \omega_{pe}^{-1}$. O sistema evolui até $\omega_{pe} t = 327,68$ períodos de plasma. Consideramos a velocidade térmica dos elétrons igual a 1,25% da velocidade da luz, $v_{the} = 0,0125c$ e 2048 superpartículas por ponto na grade, totalizando 4194304 partículas no sistema de simulação. Os íons são considerados imóveis e participam apenas da neutralidade de carga do sistema.

A Figura 1 apresenta o diagrama de dispersão $\omega \times k$ para a componente E_x do campo elétrico. Tal diagrama apresenta o comportamento dos modos de propagação presentes no plasma. Para uma melhor análise dos resultados numéricos, acrescentamos nos diagramas curvas para representar o modo de Langmuir analítico previsto para cada distribuição, ao considerar uma função de distribuição Maxwelliana ou bi-Maxwelliana, curva pontilhada, e quando se considera a FDVs- κ de Leubner, curva sólida.

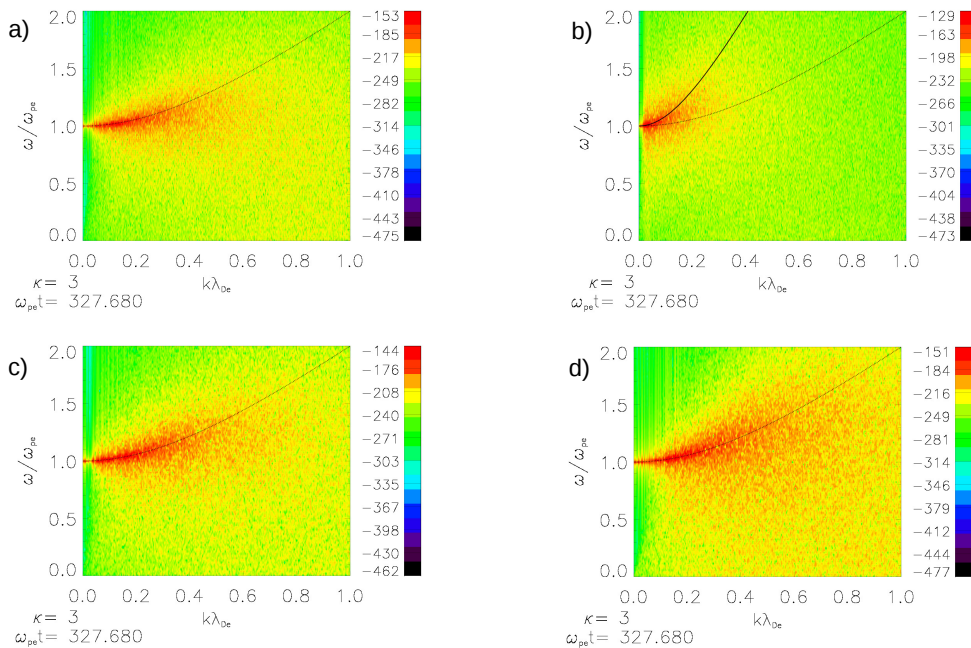


Figura 1. Relação de dispersão para um plasma descrito pela: a) FDVs- κ de Summers e Thorne, b) FDVs- κ de Leubner, c) BK, d) PBK.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho, utilizamos métodos computacionais para analisar o modo de Langmuir para diferentes formas das FDVs- κ . Para introduzir as funções, foi necessário criar um método de geração de valores aleatório que utilizou as funções t-student, produzindo um fator de correlação entre as funções t-student e as FDVs- κ . Além de modificar o código KEMPO1 para implementar os valores aleatórios gerados à serem utilizados como as funções de distribuição de velocidades iniciais das simulações.

Com a modificação no código, foi possível a realização de simulações computacionais com populações de partículas supertérmicas isotrópicas e anisotrópicas, considerando diferentes valores do índice espectral κ . Onde através dos resultados pode ser analisada a emissão do modo de Langmuir para cada caso abordado.

Os resultados numéricos obtidos para as FDVs- κ mostram que o modo de Langmuir difere para cada forma das funções Kappa isotrópicas, tal como esperado pelos resultados obtidos analiticamente por ZIEBELL et al. (2017). Quanto maior o valor de κ , maior é a emissão de partículas. Os resultados para as FDVs- κ anisotrópicas também seguem as previsões teóricas, no entanto, temos que a anisotropia introduz energia livre no sistema, e através das simulações PIC foi possível observar que a anisotropia do tipo PBK introduz uma maior quantidade de energia livre no sistema que a tipo BK.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- OMURA, Y.; MATSUMOTO, H. KEMPO1: Technical Guide to One-Dimensional Electromagnetic Particle Code. In: MATSUMOTO, H.; OMURA, Y. (Ed.). **Computer Space Plasma Physics: Simulation Techniques and Software**. [S.l.]: Terra Scientific Publishing Company, 1993. Cap. 2, p. 21–65.
- ABDUL, R.; MACE, R. A method to generate kappa distributed random deviates for particle-in-cell simulations. **Computer Physics Communications**, Elsevier, v. 185, n. 10, p. 2383-2386, 2014.
- LEUBNER, M. P. A nonextensive entropy approach to kappa-distributions. **Astrophysics and space science**, Springer, v. 282, n. 3, p. 573–579, 2002.
- TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. **Journal of statistical physics**, Springer, v. 52, n. 1-2, p. 479–487, 1988.
- LIVADIOTIS, G. Introduction to special section on origins and properties of kappa distributions: Statistical background and properties of kappa distributions in space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 120, n. 3, p. 1607–1619, 2015.
- SIMÕES JR, F. J. R.; COSTA JR, E.; ALVES, M. V.; CARDOSO, F. R. Física de plasma espacial utilizando simulação computacional de partículas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 33, n. 1, p. 1310, 2011.
- SUMMERS, D.; THORNE, R. M. The modified plasma dispersion function. **Physics of Fluids B: Plasma Physics**, AIP, v. 3, n. 8, p. 1835–1847, 1991.
- ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R.; SIMÕES, F. J. R. Dispersion relation for electrostatic waves in plasma with isotropic and anisotropic Kappa distributions for electrons and ions. **Journal of Plasma Physics**, Cambridge University Press, v. 83, n. 5, 2017.
- EATON, J. W.; BATEMAN, D.; HAUBERG, S.; WEHBRING, R.; OCTAVE, G. **GNU Octave: Scientific Programming Language**. 2017. Acessado em 23 jul. 2017. Online. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave/>.