

TESTES COMPUTACIONAIS INICIAIS COM ASSIMILAÇÃO DE DADOS 3DVAR EM DINÂMICA BIOCAÓTICA

RONALDO MATIAS TAVARES JUNIOR¹; VINICIUS CARVALHO BECK², DANIEL
SOUZA CARDOSO³, MAYKON GONÇALVES MÜLLER⁴

¹Instituto Federal Sul-rio-grandense Câmpus CaVG – ronaldomtjr@gmail.com

²Instituto Federal Sul-rio-grandense Câmpus CaVG – viniciuscavg@gmail.com

³Instituto Federal Sul-rio-grandense Câmpus CaVG – dsc.fisica@gmail.com

⁴Instituto Federal Sul-rio-grandense Câmpus CaVG – maykon.ifsul@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo analisar a utilização do Método Variacional Tridimensional (3DVAR) para minimizar os efeitos causados pela escassez de dados disponíveis para assimilação e pelo nível de perturbação ruidosa nos dados de observação gerados a partir de um de modelo de interação biológica entre populações de presas e predadores.

Uma das formas de controlar os efeitos do caos é utilizar métodos de assimilação de dados, ou seja, métodos que interagem instrumentos de observação com a dinâmica matemática dos modelos numéricos de previsão.

Härter, Yamasaki e Beck (2015) testaram a influência do ruído na condição inicial, constatando que perturbações acima de 40% causam grande dano nas previsões do modelo clássico de convecção atmosférica desenvolvido por Lorenz (1963), o qual deu origem a chamada teoria do caos.

Fiori *et al.* (2014) apresentaram a versão clássica do modelo Lotka-Volterra (LOTKA, 1925; VOLTERRA, 1926) e descreveram o comportamento numérico de populações de presas e predadores. O modelo se constituiu de duas equações diferenciais: $dx/dt = ax - cxy$ e $dy/dt = -by + dxy$. Neste modelo, x é número de presas no tempo t , y o número de predadores no tempo t , a é o coeficiente de crescimento de presas, c é o coeficiente de morte de presas por predador, b é o coeficiente de decréscimo de predadores e d é o coeficiente de predadores devido à existência de presas. Os parâmetros usados por Fiori *et al.* (2014) foram $a=10$, $b=15$, $c=d=0,02$.

Segundo Rafikov (2003), o modelo é caótico, isto é, apresenta sensibilidade à variação de parâmetros iniciais, para os parâmetros $a=b=1$ e $c=d=0,001$. Na verdade, Rafikov (2003) relata a presença de caos em uma generalização do modelo clássico de Lotka-Volterra (LOTKA, 1925; VOLTERRA, 1926), proposta no trabalho de Vance (1978), para populações de n espécies, com vários tipos de presas e predadores.

2. METODOLOGIA

O Método Variacional Tridimensional (3DVAR) consiste na minimização de uma função custo J , diretamente proporcional à diferença entre observação e estimativa do modelo, com o objetivo de se obter a análise ótima. A função custo descrita por Lorenc (1986), com base na teoria de probabilidades bayesiana, é dada por " $J(x) = \frac{1}{2} (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2} (y_o - H(x_b))^T R^{-1} (y_o - H(x_b))$ ". Nesta equação " x " é a observação, " x_b " é o campo de *background*, " y_o " é a estimativa inicial, " H " é um operador que age sobre a dimensão da observação possibilitando a comparação desta com a estimativa inicial do modelo, " B " é a matriz de

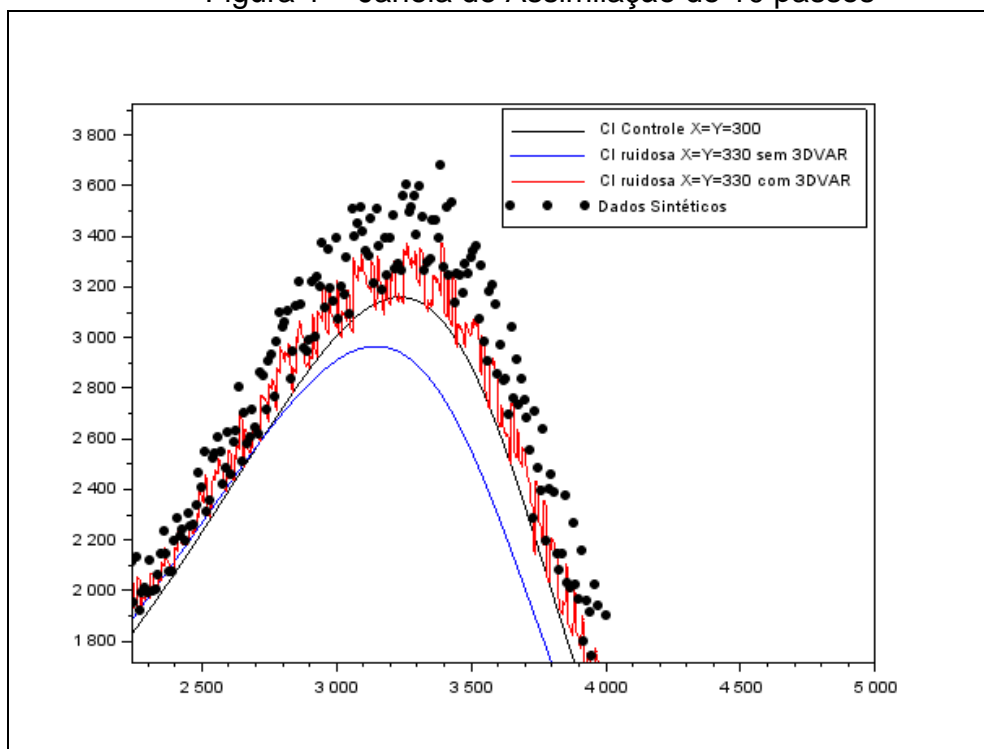
covariância dos erros de estimativa e “ R ” é a matriz de covariância dos erros de observação.

A solução exata para o problema variacional 3DVAR de minimização da função custo “ $J(x)$ ” é dada, segundo LORENC (1986), por: “ $x_a = x_b + (B^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (y_0 - H(x_b))$ ”. Esta solução foi implementada em um código do *software* Scilab¹, que foi utilizado também para plotagem dos gráficos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos das simulações realizadas no programa Scilab, mostram um aumento progressivo da divergência entre o controle e o 3DVAR. Na Figura 1 é possível notar que para uma janela de assimilação de 10 passos (ou seja, com dado disponível para ser assimilado a cada 10 ciclos de tempo) a condição inicial gerada com ruído e com aplicação do método 3DVAR se aproxima mais da realidade populacional das presas do que a condição inicial ruidosa sem assimilação de dados variacional. Além disso, a simulação com 3DVAR não segue diretamente aos dados, pois a trajetória se aproxima mais da realidade.

Figura 1 – Janela de Assimilação de 10 passos

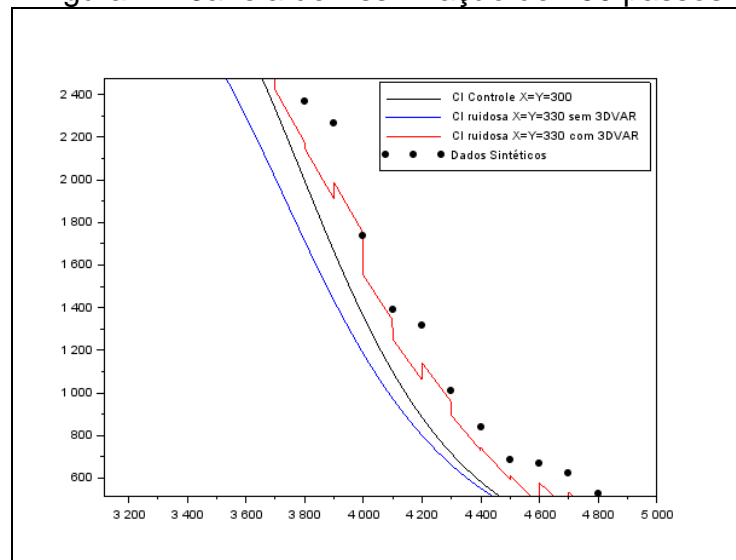


Fonte: Simulação de autoria própria.

Realizamos testes para janelas de assimilação maiores, constatando-se que para uma janela de ordem igual ou superior a 100 passos de tempo, a simulação que utiliza 3DVAR e condição inicial ruidosa já não apresenta vantagem em relação à simulação ruidosa sem 3DVAR. Isto é ilustrado na Figura 2.

¹ Este programa é livre de licença e disponível para *download* na internet no link: <http://www.scilab.org>.

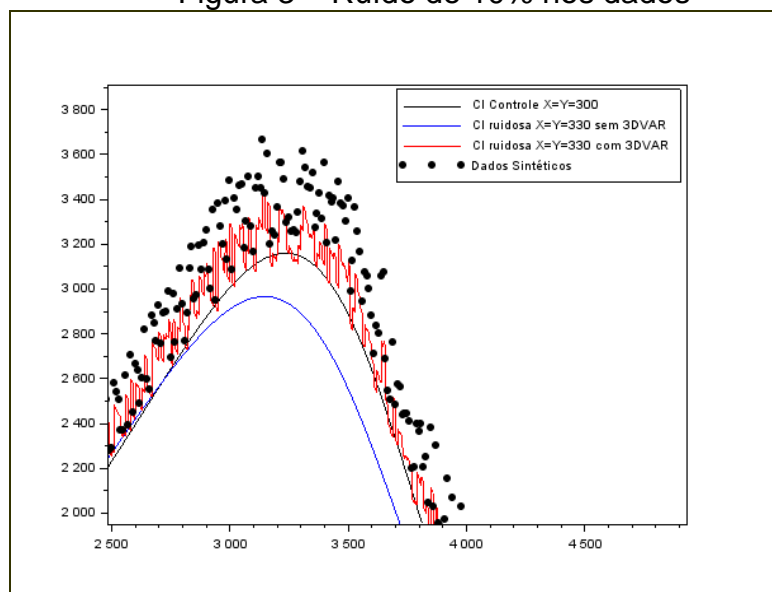
Figura 2 – Janela de Assimilação de 100 passos



Fonte: Simulação de autoria própria.

Em nossos experimentos, o método 3DVAR se torna ineficaz com uma janela de assimilação de 100 passos de tempo. Com relação aos testes realizados variando-se o nível de ruído nos dados, identificamos que para um ruído de 10%, o 3DVAR age normalmente na dinâmica do modelo com condição inicial ruidosa, se aproximando mais da condição controle, que simula a realidade.

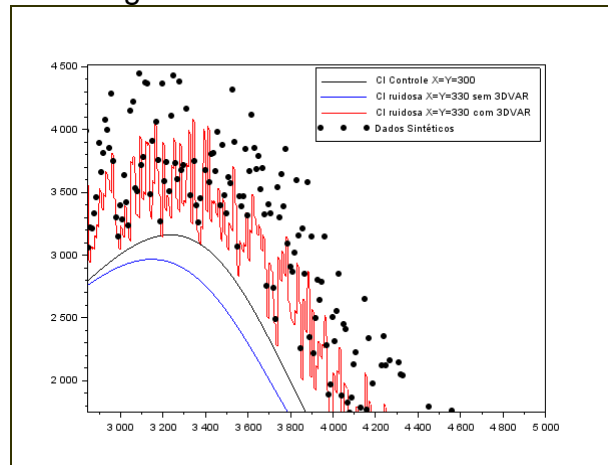
Figura 3 – Ruído de 10% nos dados



Fonte: Simulação de autoria própria.

Como se pode ver na Figura 3, a simulação com 3DVAR se distancia bastante da simulação sem 3DVAR e não é influenciada pelos dados assimilados a ponto de comprometer a dinâmica de evolução populacional, isto é, não conduz a simulação com assimilação 3DVAR a erros de estimativa significativos causados pelo ruído nos dados. Quando aumentamos o nível de ruído nos dados para 30% a dinâmica fica prejudicada, inclusive não apresentando vantagem sobre a simulação gerada por condição inicial ruidosa sem o método 3DVAR. Isto pode ser visualizado na Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Ruído de 30% nos dados



Fonte: Simulação de autoria própria.

4. CONCLUSÕES

O método 3DVAR se torna ineficaz com uma janela de assimilação de 100 passos de tempo. O ruído de observação influencia pouco na dinâmica com o uso do método 3DVAR, pois os dados só interferem negativamente na dinâmica com um ruído igual ou superior a 30%. Isto indica que a qualidade dos dados é um fator importante para aplicação do método 3DVAR em um modelo caótico.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIORI, Angelo Fernando; FRANZOZI, Luana; VALDIERO, Antonio carlos; RASIA, Luiz Antonio. Análise de equilíbrio no modelo Lotka-Volterra. **Proceedings Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v.2, n.1, 2014. Trabalho apresentado no CMAC-Sul, Curitiba-PR, 2014.

HÄRTER, Fabrício Pereira; YAMASAKI, Yoshihiro; BECK, Vinicius Carvalho. Assimilação de Dados via Método 3D-Var em Dinâmica Caótica do Modelo de Lorenz. **Anuário do Instituto de Geociências - UFRJ**, v.38, n.1, p.73-80, 2015.

LORENC, A. C. Analysis methods for numerical weather prediction. **Quarterly Journal of Royal Meteorology Society**, v.112, n.474, p.1177–1194, 1986.

LORENZ, Edward. Deterministic nonperiodic flow. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v.20, n.2, p.130–141, 1963.

LOTKA, A.J. **Elements of physical biology**. William and Wikins, Baltimore, 1925.

RAFIKOV, Marat. **Notas do Minicurso**: Aplicações dos modelos matemáticos no controle de populações. Minicurso da Escola de Verão 2003. Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

SCILAB ENTERPRISES. 2015. **Scilab**. Disponível em: <<http://www.scilab.org/>>. Acesso em: 12 out. 2017.

VANCE, R.R. Predation and resource partitioning in one predator – two prey, model community. **American Naturalist**, n.112, p.797–813, 1978.

VOLTERRA, V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. **Nature**, n.118, p.558–560, 1926.