

## DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA DE CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DE SEÇÕES DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS

LARA RÚBIA TRANIN<sup>1</sup>; JORGE RODRIGUES<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – [lararubiatranin@hotmail.com](mailto:lararubiatranin@hotmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – [jorger@ufpel.edu.br](mailto:jorger@ufpel.edu.br)

### 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho foi elaborado no âmbito de um projeto de ensino designado por *UFPel Structural Toolbox*, desenvolvido no Centro de Engenharias (CEng) da Universidade Federal de Pelotas (UFPel). O referido projeto visa o desenvolvimento de um conjunto de programas didáticos para análise e dimensionamento de estruturas para futura utilização por alunos e professores dos cursos de engenharia.

Pretende-se com a utilização desses programas, que os alunos consigam obter uma melhor compreensão dos procedimentos de análise e dimensionamento de estruturas, assim como dos conteúdos desenvolvidos nas diferentes disciplinas componentes dos currículos de seus cursos, onde essas matérias são lecionadas.

Como se referiu, há o objetivo dos programas serem didáticos, no sentido de fazerem os cálculos necessários e apresentarem os seus resultados corretamente e, sobretudo, de possibilitarem que os métodos de cálculo implementados fiquem perfeitamente claros para os usuários. Assim, por vezes, poderá optar-se por procedimentos de cálculo menos eficazes do ponto de vista computacional mas mais didáticos para os usuários.

Os programas estão sendo criados em *Octave*, que é uma linguagem e ambiente de desenvolvimento integrado de alto nível, semelhante ao *MatLab*, mas com acesso livre. Este último aspeto foi determinante para a opção que se tomou, pois o código que está a ser desenvolvido ficará aberto e terá seu acesso liberado, estimulando assim a criação de um ambiente em que cada usuário possa também, introduzir melhorias nos programas elaborados e partilhar seus desenvolvimentos próprios com os outros usuários. A concisão do código e a existência de diversas funções de análise matricial, de representação gráfica e de outras *toolboxes* em várias áreas, contribuíram também para a escolha do *Octave*.

O desenvolvimento da *UFPel Structural Toolbox* iniciou-se com um programa de cálculo das propriedades mecânicas de seções de elementos estruturais, ao qual se refere o presente trabalho. Esta questão é uma matéria de base na área da engenharia de estruturas, que é, normalmente, lecionada na primeira disciplina da área designada por Mecânica Geral, a qual faz parte dos currículos de praticamente todos os cursos do CEng. É uma matéria que é necessária para o cálculo de tensões devidas aos diversos tipos de esforços internos, sendo, por isso, fundamental para as disciplinas de Resistência dos Materiais, também comuns a vários dos referidos cursos. É ainda importante para os conteúdos de várias disciplinas que tratam da análise e dimensionamento de elementos dos diversos materiais estruturais mais comuns, como sejam as disciplinas de Concreto Armado e Protendido, Estruturas em Madeira, Estruturas de Aço e Pontes. Portanto, o número de alunos potencialmente interessados no programa desenvolvido é bastante considerável.

Após o desenvolvimento do programa referido, pretende-se que, com o decorrer do projeto, vão sendo elaborados outros, para a resolução e análise de outros problemas, constituindo-se assim, uma biblioteca de programas, ou seja, uma *toolbox* na área de Análise e Dimensionamento de Estruturas, totalmente desenvolvida na UFPel pelos alunos e professores.

## 2. METODOLOGIA

O cálculo das características mecânicas de seções de elementos estruturais é abordado em vários livros de mecânica geral, como por exemplo BEER et al. (2011) ou HIBELLER (2011). Considerando uma seção genérica de um elemento estrutural de tipo barra, e um elemento infinitesimal de área de lados  $dx$  e  $dy$ , conforme representado na Figura 1, as características mecânicas dessa seção são definidas através das expressões indicadas na Tabela 1.

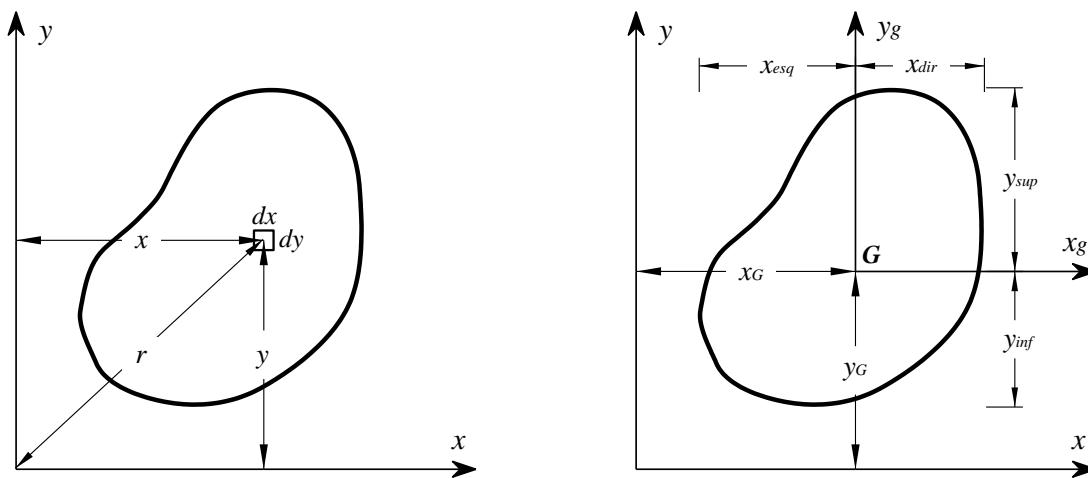


Figura 1 – Seção genérica de um elemento estrutural de tipo barra.

Tabela 1 – Definição das características mecânicas de uma seção.

Área ou momento de ordem 0	$A = \iint dx dy$	
Momentos estáticos ou de 1 <sup>a</sup> ordem	$S_x = \iint y dx dy$	$S_y = \iint x dx dy$
Momentos de inércia ou de 2 <sup>a</sup> ordem	$I_{xx} = \iint y^2 dx dy$	$I_{yy} = \iint x^2 dx dy$
Produto de inércia	$I_{xy} = \iint x \cdot y dx dy$	
Momento polar de inércia	$I_p = \iint r^2 dx dy = I_{xx} + I_{yy}$	
Coordenadas do centro de gravidade	$x_G = S_y/A$	$y_G = S_x/A$
Módulos de flexão em torno de $x_g$	$W_{inf} = I_{xxg}/y_{inf}$	$W_{sup} = I_{xxg}/y_{sup}$
Módulos de flexão em torno de $y_g$	$W_{esq} = I_{yyg}/x_{esq}$	$W_{dir} = I_{yyg}/x_{dir}$
Limites do núcleo central em $y$	$k_{inf} = W_{sup}/A$	$k_{sup} = W_{inf}/A$
Limites do núcleo central em $x$	$k_{esq} = W_{dir}/A$	$k_{dir} = W_{esq}/A$
Raios de giração	$i_x = \sqrt{I_{xx}/A}$	$i_y = \sqrt{I_{yy}/A}$
		$i_p = \sqrt{I_p/A}$

O cálculo das integrais em área das diversas expressões indicadas na Tabela 1 pode ser facilmente efetuado para seções com formas geométricas simples, como por exemplo um retângulo ou um círculo. Nestes casos obtém-se

expressões que permitem calcular as características mecânicas das seções em função dos seus parâmetros geométricos, como sejam a largura  $b$  e altura  $h$  nas seções retangulares. Normalmente, os livros de mecânica geral, nomeadamente os já referidos, apresentam tabelas com expressões que permitem calcular os valores das características mecânicas para diversos tipos de seções com formas geométricas simples. Assim, para essas seções o cálculo das características mecânicas não apresenta grandes dificuldades, bastando consultar tais tabelas e aplicar as expressões indicadas.

Quando as seções dos elementos estruturais têm formas geométricas que não são simples, a determinação das suas características mecânicas é um pouco mais trabalhosa. É para estes casos que é útil dispor de programas de cálculo como o desenvolvido no âmbito da *UFPel Structural Toolbox*.

Para seções com geometria que não é simples, o processo de cálculo das características mecânicas passa por decompor a seção em regiões com formas geométricas simples. Assim, as integrais das expressões indicadas na Tabela 1 são substituídas por somatórios considerando todas as regiões em que se subdivide a seção. Nestes cálculos é necessário aplicar as expressões que se indicam em seguida, usualmente designadas por teorema de Steiner ou teorema dos eixos paralelos, que permitem relacionar o momento de inércia relativamente a um eixo qualquer com o momento de inércia relativamente a um eixo que lhe é paralelo e que passa pelo centro de gravidade da seção:

$$I_{xx} = I_{xxg} + A \cdot y_G^2 \quad I_{yy} = I_{yyg} + A \cdot x_G^2 \quad I_{xy} = I_{xyg} + A \cdot x_G \cdot y_G$$

Foram programadas duas funções para o cálculo das características mecânicas de uma seção, em que, em cada uma delas, se adotaram metodologias ligeiramente diferentes. Na primeira procura-se reproduzir o processo que é utilizado num cálculo efetuado “manualmente”, pretendendo-se assim que essa função seja mais didática, enquanto na segunda utiliza-se um processo de cálculo que é computacionalmente mais eficiente mas não tem o objetivo de ser didático.

A utilização de funções no *Octave* tem a vantagem dos procedimentos de cálculo das características mecânicas ficarem definidos em arquivos separados e independentes. Uma vez definidas e verificadas, essas funções podem ser utilizadas por qualquer outro programa ou a partir da linha de comandos do *Octave*. As funções desenvolvidas passam assim a ser mais um comando de entre os muitos disponíveis no ambiente de programação do *Octave*.

Em ambas as funções, é necessário que o usuário defina a geometria da seção indicando as coordenadas dos nós do contorno exterior da mesma, percorrendo-o no sentido anti-horário. Na primeira função é o próprio usuário que define também a subdivisão da seção em regiões com formas geométricas simples (retângulos ou triângulos retos), indicando os números dos seus nós, para isso, pode ser necessário indicar as coordenadas de nós auxiliares adicionais aos necessários para definir o contorno exterior. Na segunda função a subdivisão da seção em regiões com formas geométricas simples é efetuada pelo próprio programa, percorrendo todo o contorno exterior da seção e definido um trapézio com cada conjunto de dois nós sucessivos desse contorno.

A primeira função fornece como resultados as características mecânicas da seção e também os resultados intermédios correspondentes às características calculadas para cada uma das regiões de forma geométrica simples em que o usuário subdividiu a seção. Os resultados da segunda função são apenas as características mecânicas da seção.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As funções desenvolvidas foram aplicadas no cálculo das características mecânicas de diversas seções transversais de elementos estruturais do tipo barra, nomeadamente, seções em “T” ou seções em “I”. Os resultados obtidos foram verificados, comparando-os com os calculados de forma “manual” tendo-se constatado que os mesmos estão corretos.

Na Figura 2 representa-se uma seção que foi utilizada para testar as funções desenvolvidas e na Tabela 2 indicam-se os resultados obtidos.

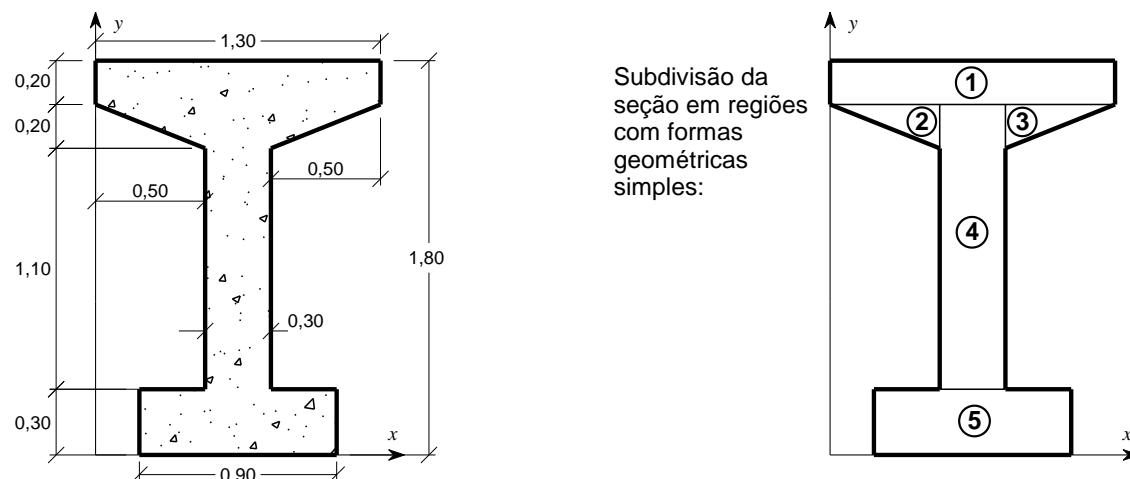


Figura 2 – Seção considerada para verificar o programa.

Tabela 2 – Características mecânicas da seção.

A ( $m^2$ )	$y_{inf}$ (m)	$y_{sup}$ (m)	$I_{xxg}(m^4)$	$W_{inf}(m^3)$	$W_{sup}(m^3)$	$k_{inf}$ (m)	$k_{sup}$ (m)	$i_x$ (m)
1,020	0,987	0,813	0,410	0,415	0,504	0,494	0,407	0,634
$x_{esq}$ (m)	$x_{dir}$ (m)	$I_{yyg}(m^4)$	$W_{esq}(m^3)$	$W_{dir}(m^3)$	$k_{esq}$ (m)	$k_{dir}$ (m)	$i_y$ (m)	
0,650	0,650	0,069	0,106	0,106	0,104	0,104	0,260	

### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se o desenvolvimento de um programa para cálculo das características mecânicas das seções transversais de elementos estruturais do tipo barra, integrado num projeto de ensino. Salienta-se a grande relevância que o programa apresenta, visto que auxiliará na compreensão dos alunos quanto aos procedimentos de cálculo que são aplicados, assim como, facilitará a didática no ensinamento dos professores. Finalmente, com a continuidade e avanço do projeto, será elaborada uma biblioteca de programas (Structural Toolbox) para assessorar e propiciar o melhor aprendizado das disciplinas de análise e dimensionamento de estruturas, dentro dos cursos de Engenharia da UFPel.

### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; EISENBERG, E. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros - Estática**. Mc Graw Hill, 9<sup>a</sup> Ed., 2011.

HIBBELER, R. C. **Estática - Mecânica para Engenharia**. Pearson, 12<sup>a</sup> Ed., 2011.