3ª SEMANA INTEGRADA UFPEL 2017
CIC XXVI CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

UTILIZAÇÃO DO INTEGRADOR RUNGE-KUTTA FEHLBERG EM MANOBRAS ORBITAIS

VICTOR HUGO BARROS[1]; MARILTON SANCHOTENE DE AGUIAR[2]

[1]*Universidade Federal de Pelotas – vhbarros@inf.ufpel.edu.br*
[2]*Universidade Federal de Pelotas – marilton@inf.ufpel.edu.br*

1. INTRODUÇÃO

Ao tratar de problemas que visam entender as leis e o comportamento do mundo real percebe-se que estes têm como característica envolver taxas de variações, essas taxas serão responsáveis por explicitar o funcionamento do fenômeno objeto do estudo. Para a descrição destes eventos naturais recorre-se ao uso da linguagem matemática (VALLE, 2012), na qual temos as equações e as derivadas, denotadas respectivamente pelas relações e taxas. Essas equações compostas por derivadas são chamadas equações diferenciais.

As equações diferenciais ordinárias (EDO) caracterizadas por possuírem apenas funções de uma variável e derivadas da mesma variável, dispõem de diversos métodos que as resolvem analiticamente. A grande questão é que nem sempre é simples obter uma solução analítica, casos em que se faz necessário o uso dos métodos numéricos (CUMINATO; MENEGUETTE JUNIOR, 2013), os quais fornecem uma solução aproximada do problema.

O foco desse trabalho é aplicar o método integrador de Runge-Kutta Fehlberg (RKF), com controle de passo variável, objetivando encontrar as soluções das equações da dinâmica do movimento. A aplicação dessa técnica, como já citado anteriormente, está presente nas mais diversas áreas, sendo que o foco do presente trabalho é o seu uso no estudo das manobras orbitais. Neste contexto, pode ser aplicado quando é necessário transferir um veículo espacial de uma órbita para outra (PRADO, 2012) ou quando existe a necessidade de realizar pequenas correções na trajetória orbital.

2. METODOLOGIA

Os métodos de Runge-Kutta (RK) foram originalmente desenvolvidos pelo matemático alemão Martin Kutta (1867–1944) e por Carle Runge (1856–1927), que além de matemático também era físico. O método de Runge-Kutta tem sua precisão calculada em comparação com a série de Taylor (1685–1731), e tem como propriedade que quanto maior a ordem do Runge-Kutta maior é o número de termos usados na aproximação. A ordem do método também evidencia o erro que é obtido a cada iteração e o erro acumulado, dessa forma, por exemplo, o método de Runge-Kutta de 4 ordem tem um erro associado a cada interação da ordem de h^5 e erro total h^4. Neste artigo, focaremos no integrador Runge-Kutta Fehlberg que é o objeto desse trabalho. Este tem como vantagem usar um tamanho de passo variável (VALLE, 2012), visto que usar um passo constante pode ser ineficiente devido o valor do passo ser maior nas regiões que a solução varia de forma lenta em comparação com as regiões onde a variação é mais rápida a fim de se manter os truncamentos nos limites. O método de Runge-Kutta Fehlberg, usa o cálculo de quarta e quinta ordem do método de Runge-Kutta e através da comparação dos valores nos fornece um erro local, juntamente com um passo ideal e variável levando em consideração uma tolerância exigida.

O método de integração numérica utilizado tem como objetivo calcular a transferência orbital em função de um passo de integração e do tempo da transferência, integrando as equações da dinâmica do movimento (PRADO, 2012). Define-se a primeira órbita como sendo ponto inicial, e realiza-se a integração pelo método de Runge-Kutta Fehlberg até a órbita final desejada. O estudo de soluções numéricas para manobras orbitais visa definir a melhor trajetória para uma determinada missão, levando em consideração o menor gasto de combustível possível, visto que missões espaciais já possuem gastos elevados para sua execução (SANTOS, 2009), além de possuírem um grande rigor na escolha da manobra ideal.

Em uma simulação no MATLAB® considerou-se uma nave espacial **NS** de massa **m** deslocando-se com movimento retilíneo a uma distância **x** do centro da Terra e com velocidade de saída conhecida, de acordo com a Figura 1.

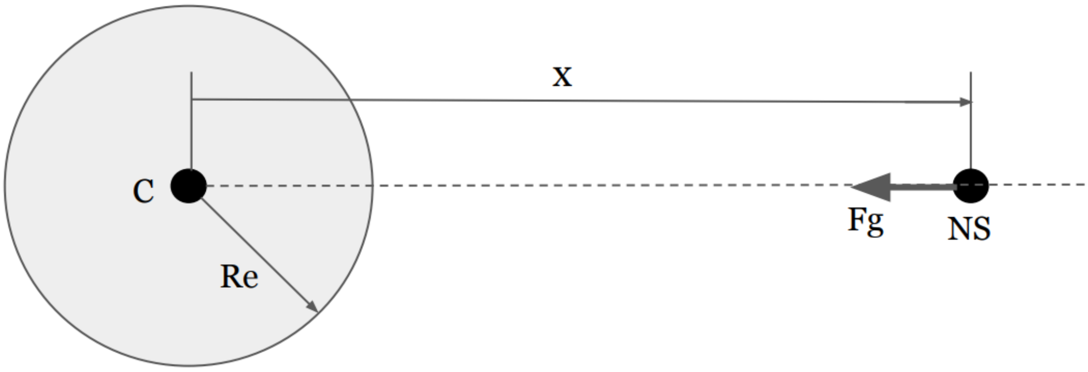

Figura 1: Nave espacial com movimento retilíneo em relação a Terra.

A simulação visa saber a posição e velocidade da nave espacial **NS** depois de um determinado tempo **t**, para isso é necessário integrar as equações da dinâmica do movimento. Para a nave espacial é aplicada a segunda lei de Newton (MAREC, 1979) e também a equação da força gravitacional **Fg** que leva em conta a massa da nave e a aceleração da gravidade.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para realizar a simulação foram consideradas condições iniciais para a distância **x** e velocidade de saída, com a implementação de uma função que calcula as derivadas primeira e segunda de **x** em relação ao tempo com o uso das equações do movimento retilíneo de dois corpos (PRADO, 2012).

Considerando o valor de **x** igual a 6500km e a velocidade de saída 7,8km/s, as Figuras 2 e 3 revelam que a nave espacial **NS** demora 35 minutos para mover-se o dobro de sua distância antes de fazer o movimento reverso e depois de 35 minutos retornar a velocidade de 7,8km/h. É notório o controle que o método Runge-Kutta Fehlberg faz no tamanho do passo, apresentando, por exemplo, o espaço não uniforme entre os pontos da solução, sendo o passo menor durante as variações mais rápidas e maior nos demais pontos.

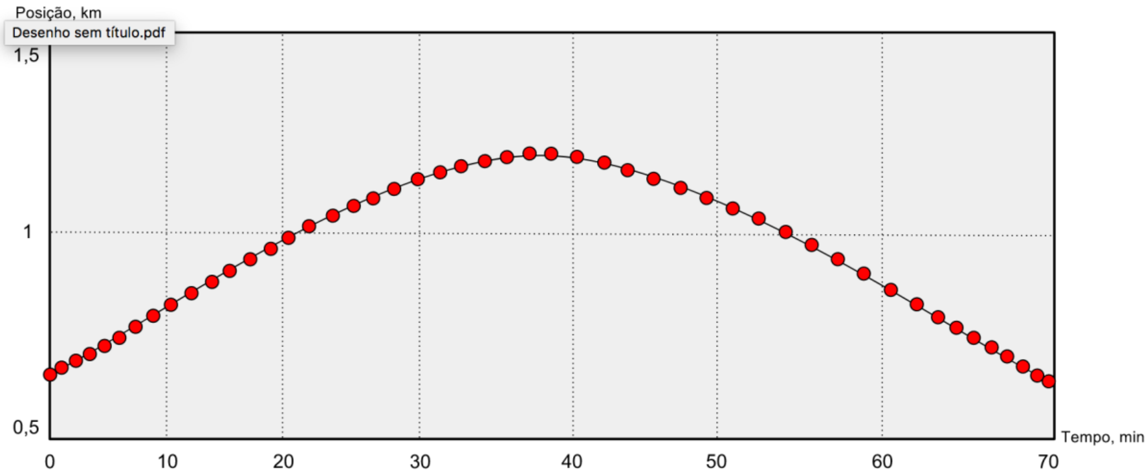

Figura 2: Gráfico da posição pelo tempo, mostrando os pontos de solução.

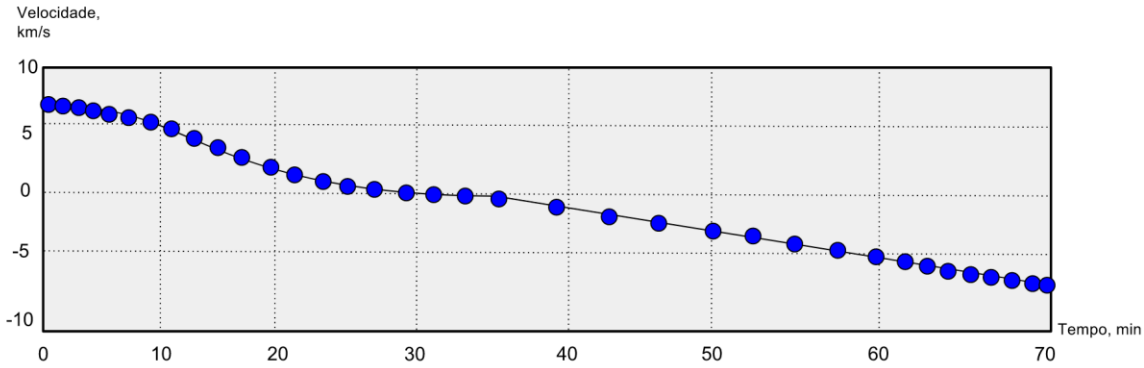

Figura 3: Gráfico da velocidade pelo tempo, mostrando os pontos de solução.

4. CONCLUSÕES

A implementação do método forneceu resultados satisfatórios nos testes preliminares, minimizando os valores da função e efetivando a maior eficiência de métodos de passo variável. A partir dessa etapa, objetiva-se aplicar as funções da transferência de Hohmann e Bi-elíptica Tri-impulsiva a fim de obter os pontos referentes aos instantes da trajetória, além de implementar Algoritmos Genéticos nas amostras de Δt com o objetivo de descobrir os melhores pontos com menor Δv, encontrando, assim, soluções ótimas para a transferência orbital.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CUMINATO, J. A; MENEGUETTE JUNIOR, M. **Discretização de equações diferenciais parciais: técnicas de diferenças finitas.** Rio de Janeiro: SBM, 2013.

CURTIS, H. D. **Orbital Mechanics for Engineering Students**. Florida: Elsevier, 2010. 2v.

MAREC, J. P.(1979). **Optimal Space Trajectories.** New York, NY, EUA: Elsevier

SANTOS, D. P. S. **Otimização de trajetórias espaciais com propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas**, Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologias Espaciais e Controle, São José dos Campos: INPE, 2009.

SANTOS, D. P. S.; PRADO, A. F. B. A. **Optimal Low-Thrust Trajectories to Reach the Asteroid Apophis.** Wseas transactions on applied and theoretical mechanics, v.7, p.241-251, 2012.

VALLE, K. N. F. **Métodos Numéricos de Euler e Runge-Kutta**. 2012. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Matemática para Professores com ênfase em Cálculo, Universidade Federal de Minas Gerais.