

## GRAMÁTICA DE GRAFOS FUZZY: UMA REVISÃO SOBRE SUAS ABORDAGENS

ALEX BERTEI<sup>1</sup>; LUCIANA FOSS<sup>1</sup>; RENATA H. S. REISER<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – {abertei, lfoss, reiser} @inf.ufpel.edu.br

### 1. INTRODUÇÃO

Gramática de Grafos (GG) é uma linguagem formal adequada para a especificação e verificação de uma vasta gama de sistemas computacionais. Ela é uma linguagem visual, o que a torna bastante intuitiva e permite fácil compreensão do modelo até para os não teóricos.

A Lógica Fuzzy (LF) (ZADEH,1965), (ATANASSOV; GARGOV,1989), (BUSTINCE et al, 2010), modela a incerteza do raciocínio humano fundamentada na teoria dos conjuntos fuzzy, além disso, ela disponibiliza uma modelagem de sistemas de inferência mais flexíveis para a área de tomada de decisões, onde se utilizam conectivos lógicos para atuar sobre variáveis linguísticas. Essas duas áreas de pesquisa são importantes porque buscam colaborar na modelagem de sistemas computacionais. Combinando as áreas de GGs e LF, tem-se uma abordagem que provê um formalismo intuitivo e de fácil entendimento, que ao mesmo tempo nos permite tratar informações vagas e imprecisas de forma mais aproximada ao raciocínio humano.

A intersecção entre as áreas de GG e LF é destacada no trabalho de ROSENFELD (1975), onde foram consideradas as principais definições da teoria dos grafos fuzzy (GF) e, introduziu-se uma discussão sobre o estudo e tratamento das incertezas em problemas de grafos. Da intersecção entre essas áreas, surge uma proposta integradora de modelagem da incerteza em sistemas de especificação através das gramáticas de grafos fuzzy (GGF), que são uma generalização das GGs. Muitos estudos e aplicações tem sido focadas em diversos trabalhos científicos (PARASYUK; YERSHOV, 2006), (BERTEI et al, 2017), (PARASYUK; YERSHOV, 2007) sobre GGF.

O presente estudo ressalta os principais conceitos das abordagens de GGF, onde é realizada uma revisão dos principais trabalhos sobre esse formalismo e estabelecida uma discussão sobre as diferentes propostas.

### 2. METODOLOGIA

Em GG, os estados do sistema são modelados por grafos e as possíveis mudanças de estados são especificadas através de regras de transformação de grafos. Há diferentes abordagens que definem GGs e suas transformações, uma delas é a abordagem algébrica. Dentro desta abordagem, pode-se encontrar diferentes formas de realizar as transformações dos grafos, sendo que as mais conhecidas são a Double-PushOut (DPO) e a Single-PushOut (SPO).

GGF é uma generalização de GG, onde temos uma modelagem mais flexível para os sistemas que são especificados via GGs, permitindo valores intermediários dentro do intervalo 0 e 1, os quais estão associados vértices e arestas dos grafos que modelam sistemas computacionais. Em uma GGF, os grafos são fuzzy, e esses grafos são constituídos por conjuntos fuzzy de vértices e de arestas, ambos portanto valorados no intervalo [0,1].

Em PARASYUK; YERSHOV (2006), propõe-se uma abordagem categórica que fundamenta uma base conceitual para a teoria de GGFs. Além disso, essa

abordagem tratou de viabilizar a investigação das relações entre vértices e arestas dos GF, que são gerados por tais gramáticas. As relações em categorias de conjuntos fuzzy foram comparadas e descritas com as relações entre as categorias de conjuntos fuzzy de vértices e arestas. As transformações entre GF foram descritas por duas operações: a regra de substituição, que estabelece a relação entre os vértices fuzzy e o *matching* fuzzy, que viabilizou a execução da regra de substituição.

O artigo de PARASYUK; YERSHOV (2007) foi um estudo adicional das ideias e investigações dos autores na direção da formação da abordagem de transformação baseada no modelo de arquiteturas orientadas para a representação fuzzy. A abordagem categórica foi proposta para a formalização de GGF obtida como resultado da generalização de GG. Esta abordagem levou em consideração os tipos básicos de imprecisão que surgem na construção de categorias de objetos fuzzy e descrevem transformações de grafos fuzzy (TGF) gerados por conjuntos fuzzy. Gramáticas de grafos fuzzy distribuídos para modelagem e especificação de sistemas distribuídos dinâmicos foram propostas por PARASYUK; YERSHOV (2007), as quais foram baseadas em uma aplicação de transformações sobre as estruturas de rede de componentes fuzzy que são denominados de FD-Grafos. Com esta abordagem, a combinação de GF e as transformações sobre estes grafos podem modelar a interação e a sincronização de FD-Grafos. As transformações de FD-Grafos são dadas pelo uso da abordagem categórica, nas quais os vértices são especificados por GF. Essa abordagem provê a formalização para definir as transformações de FD-Grafos como transformações estruturadas de GF.

Mais exatamente, o objetivo do trabalho de PARASYUK; YERSHOV (2007) foi desenvolver fundamentos conceituais para a teoria da transformação de GF de forma distribuída, usando métodos da teoria das categorias. Em contraste com PARASYUK; YERSHOV (2006), a abordagem utilizada no trabalho de PARASYUK; YERSHOV (2007) foi a abordagem Double-PushOut (DPO), onde as regras sobre grafos fuzzy são definidas por dois morfismos que especificam a eliminação e adição de elementos de um grafo.

Uma abordagem relacional para GGF foi apresentada por BERTEI et al. (2017). Esse trabalho teve como base a abordagem categórica desenvolvida por PARASYUK; YERSHOV (2006), porém considerando a abordagem DPO para representar suas transformações. O objetivo foi desenvolver uma técnica para especificar e analisar GGF fazendo uso da ferramenta Rodin. Esse trabalho é uma extensão da tradução proposta por CAVALHEIRO et al. (2017), a qual faz uso da noção de grafo tipado para restringir os tipos de vértices e arestas permitidos na gramática. Para estender essa abordagem às GGFs, foi definida a noção de tipo para grafos fuzzy. Um grafo fuzzy tipado (GFT) é usado para caracterizar todos os tipos de vértices e arestas permitidos em uma GGF e limitar seus valores de pertinência. A tipagem dos grafos foi definida por um morfismo de grafos fuzzy mapeando cada grafo fuzzy no grafo tipo fuzzy.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são descritas as principais diferenças entre as abordagens existentes para GGF. O artigo de PARASYUK; YERSHOV (2006) utilizou a abordagem SPO para representar suas transformações, onde uma regra fuzzy é composta por dois grafos fuzzy, o lado esquerdo L e o lado direito R, e um morfismo parcial de grafos fuzzy entre eles. A abordagem SPO é mais genérica, onde os efeitos da aplicação de uma regra não são totalmente definidos pela

própria regra. Pode-se dizer que, a aplicação de uma regra pode ter “efeito colateral”. Nos estudos de BERTEI et al. (2017) e PARASYUK; YERSHOV (2007) foi utilizada a abordagem DPO para definir o efeito da aplicação das regras. Nesta abordagem, uma regra é composta por três grafos fuzzy: o lado esquerdo L; O lado direito R; e a interface K, o qual define os elementos comuns aos grafos L e R. Uma regra fuzzy especifica que, uma vez que uma ocorrência do grafo fuzzy L é encontrada no estado atual, ela pode ser substituída pelo grafo fuzzy R, preservando K.

Tabela 1: Diferenças entre as abordagens

|             | (PARASYUK, 2006) | (PARASYUK, 2007)      | (BERTEI, 2017)              |
|-------------|------------------|-----------------------|-----------------------------|
| Metodologia | Abordagem SPO    | Abordagem SPO         | Abordagem DPO               |
| Tipagem     | Sem              | Sem                   | Grafo tipo fuzzy            |
| Aplicação   | MDA              | Sistemas Distribuídos | Verificação de propriedades |
| Pertinência | $\geq$           | $\geq$                | $\geq$                      |
| Match       | Injetor          | Injetor               | Injetor                     |

Uma importante diferença entre os artigos de BERTEI et al. (2017), PARASYUK; YERSHOV (2006) e PARASYUK; YERSHOV (2007) é a noção de tipagem. No artigo de BERTEI et al. (2017) a tipagem é dada pelo GFT, que limita os valores de pertinência e caracteriza todos os tipos de vértices e arestas permitidos pelo sistema. Logo, essa tipagem restringe todos os GF da gramática a esses tipos e valores. Nos estudos de PARASYUK; YERSHOV (2006) e PARASYUK; YERSHOV (2007) essa tipagem não é levada em consideração. Outra diferença significativa entre as abordagens é que na abordagem desenvolvida por BERTEI et al. (2017) é possível verificar as propriedades do sistema especificado, já nas demais abordagens isso não é permitido.

Para as GGFs não se encontram muitas aplicações e o seu uso ainda é limitado devido não existirem técnicas e ferramentas para analisar esse tipo de gramática. No trabalho de WATKINS (1996) foi proposta uma abordagem fuzzy para a interpretação dos ruídos em imagens bidimensionais, usando GGFs. Nesta abordagem foi permitido utilizar funções fuzzy nos predicados de aplicabilidade das regras. Esse novo formalismo tem como intuito fazer a modelagem e a especificação dos ruídos que são testados no contexto do reconhecimento de partituras manuscritas. Essa técnica é aplicada a uma barra de música, onde é apresentada a interpretação correta e a assinatura de tempo é interpretada como um ruído.

No trabalho de PARASYUK; YERSHOV (2006), os resultados teóricos foram usados pelos autores na elaboração e análise de modelos de software e arquiteturas com a ajuda de uma nova abordagem para o desenvolvimento de software, que é chamado MDA (Model Driven Architecture) e é proposto pelo consórcio OMG (Object Management Group). A principal contribuição do trabalho de BERTEI et al. (2017) foi desenvolver uma abordagem relacional para GGF, o que torna possível especificar e analisar esse tipo de gramática na ferramenta Rodin, utilizando a linguagem Event-B.

Uma particularidade em comum entre as abordagens é que o grau de pertinência da origem dos grafos relacionados pode ser menor, ou igual, ao seu respectivo grau de pertinência de destino, ou seja, uma vez que a regra é aplicada, o valor do grau de pertinência para os vértices e arestas só pode se manter ou aumentar, isto é, o grau de pertinência não pode ser diminuído.

Uma característica comum entre as três abordagens descritas acima, é que ambas utilizam o *matching* injetor para viabilizar a execução da regra de

substituição. Essa característica faz com que o número de regras possa ser maior do que se o match fosse não injetor, pois há a necessidade de criar uma regra para cada mapeamento possível.

#### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados os principais conceitos que fundamentam a abordagem de GGFs. Com base nestes estudos, podemos fundamentar uma proposta de extensão intuicionista para GGFs, onde um conjunto fuzzy intuicionista (ATANASSOV, 1986) se caracteriza por considerar duas funções não complementares, expressando o grau de pertinência e o grau de não-pertinência, respectivamente, de um elemento ao conjunto. A vantagem de se utilizar a teoria dos conjuntos fuzzy intuicionistas é a possibilidade de trabalhar com diferentes tipos de incertezas que podem surgir dentro de um mesmo problema. Logo, a proposta de extensão da GGF para a abordagem intuicionista de Atanassov poderá prover uma generalização natural para a área de GG.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATANASSOV, K. T. Intuitionistic fuzzy sets. **Fuzzy Sets and Systems**, v.20, n. 1, p. 87 - 96, 1986.
- ATANASSOV, K., GARGOV, G. Interval Valued Intuitionistic Fuzzy Sets. **Fuzzy sets and Systems**, v.31, n.3, p. 343 - 349, 1989.
- BUSTINCE, H., BARRENECHEA, E., FERNANDEZ, J., PAGOLA, M., MONTERO, J., GUERRA, C. Contrast of a fuzzy relation. **Information Sciences**, v.180, n.8, p. 1326 - 1344, 2010.
- CAVALHEIRO, S. A. C., FOSS, L., RIBEIRO, L. Theorem Proving Graph Grammars with Attributes and Negative Application Conditions. **Theoretical Computer Science**, v.686, p. 25 - 77, 2017.
- PARASYUK, I. N., YERSHOV, S. V. Categorical approach to the construction of fuzzy graph grammars. **Cybernetics and Systems Analysis**, v.42, n.4, p. 570 - 581, 2006.
- PARASYUK, I. N., YERSHOV, S. V. Transformations of fuzzy graphs specified by FD-grammars. **Cybernetics and Systems Analysis**, v.43, n.2, p. 266 - 280, 2007.
- ROSENFELD, A. Fuzzy Sets and their Applications to Cognitive and Decision Processes. In: ZADEH, L. A., FU, K. S., TANAKA, K. **Academic Press**. California: Elsevier, 1974. p. 77 – 95.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v.8, n.3, p. 338 - 353, 1965.
- WATKINS, G. The use of fuzzy graph grammars for recognising noisy two-dimensional images. In: ZADEH, L. A., FU, K. S., TANAKA, K. **Proceedings of North American Fuzzy Information Processing**. Berkeley, 1996. p. 415 – 419.