

## UMA ABORDAGEM ANALÍTICA PARA UM PROBLEMA QUE MODELA A DISPERSÃO DE POLUENTES EM MEIOS AQUÁTICOS

RENATA KLEIN MORAES<sup>1</sup>; RENATA ENGRÁCIO DE OLIVEIRA<sup>2</sup>; RÉGIS SPEROTTO DE QUADROS<sup>3</sup>; DANIELA BUSKE<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Universidade Federal de Pelotas – srtklein@gmail.com*

<sup>2</sup>*Universidade Federal de Pelotas – renata\_engracio@hotmail.com*

<sup>3</sup>*Universidade Federal de Pelotas – quadros99@gmail.com*

<sup>4</sup>*Universidade Federal de Pelotas – danielabuske@gmail.com*

### 1. INTRODUÇÃO

O lançamento de efluentes líquidos não tratados, provenientes das indústrias e esgotos sanitários, em rios, lagos e córregos, provocam um sério desequilíbrio no ecossistema aquático. Os danos causados incluem a transmissão de doenças, diminuição da produtividade agrícola, deterioramento de construções, entre outros.

A preocupação com a degradação do meio ambiente vem ganhando um papel relevante no âmbito mundial, tendo como marco a realização da Conferência Mundial ocorrida no Brasil, a Rio-92. Neste contexto, é de suma importância estudar e entender os fenômenos que controlam o transporte e a dispersão de poluentes nesses meios, afim de prever os riscos de contaminação e os impactos provocados pelas fontes poluidoras nos diversos ecossistemas.

O objetivo do trabalho é apresentar uma solução analítica para a equação de advecção-difusão, que simula a dispersão de contaminantes em rios e canais. O modelo considerado é bidimensional, no plano longitudinal e vertical, com perfil de velocidade e coeficiente de difusividade turbulenta não uniformes. A abordagem utilizada para resolução do modelo é o método GILTT (*Generalized Integral Laplace Transform Techinique*).

### 2. METODOLOGIA

Considerando a equação de advecção-difusão bidimensional no plano longitudinal e vertical em regime permanente que esboça a dispersão de contaminantes em rios e canais com profundidade relevante descrita da seguinte maneira:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) - \lambda \bar{c} \quad (1)$$

onde  $\bar{c}$  representa a concentração média do contaminante ( $\text{g/m}^2$ );  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  representam a velocidade média do escoamento ( $\text{m/s}$ ) nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente;  $\varepsilon_z$  representa o coeficiente de difusão turbulenta ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) na direção  $z$ ; e  $\lambda$  representa o coeficiente de degradação química do poluente ( $\text{s}^{-1}$ ).

A equação (1) está sujeita às condições de contorno de fluxo nulo no topo e no fundo do rio ou canal:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \text{ em } z = 0, h \quad (1a)$$

E uma fonte de emissão poluidora na posição  $z_s$  sujeita a condição representada por um delta de Dirac dada por:

$$\bar{c} = \delta(z - z_s) \text{ em } x = 0 \quad (1b)$$

na qual  $h$  é a profundidade do rio (m);  $\delta$  corresponde à função delta de Dirac e  $z_s$  é a posição da fonte poluidora (m) na direção z.

O problema (1) é resolvido analiticamente aplicando-se a técnica GILTT na variável z. Este método combina uma expansão em série com uma integração. Na expansão, é usada uma base trigonométrica determinada através de um problema associado de Sturm-Liouville. A integração é feita em todo o intervalo da variável transformada, utilizando-se a propriedade de ortogonalidade da base usada na expansão. A solução do sistema de equações diferenciais ordinárias, resultante da aplicação da GILTT, é feita analiticamente via transformada de Laplace e diagonalização (MOREIRA et al., 2009). A derivação da solução do problema é analítica exceto pelo erro de truncamento de um somatório.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O experimento utilizado para mostrar o comportamento do modelo apresentado está descrito em (NOKES et al., 1984). Os autores simularam a dispersão de uma solução contendo NaCl em um canal com 15 m de comprimento e profundidade de 0,15 m. O canal possui largura de 0,56 m e velocidade média de 0,55 m/s.

O perfil de velocidade turbulenta utilizado segue aproximadamente o perfil da lei logarítmica dado por (FISCHER et al., 1979):

$$U(Z) = 1 + \frac{u^*}{\bar{u}k} [1 + \ln(Z)] \quad (2)$$

sendo que:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2a)$$

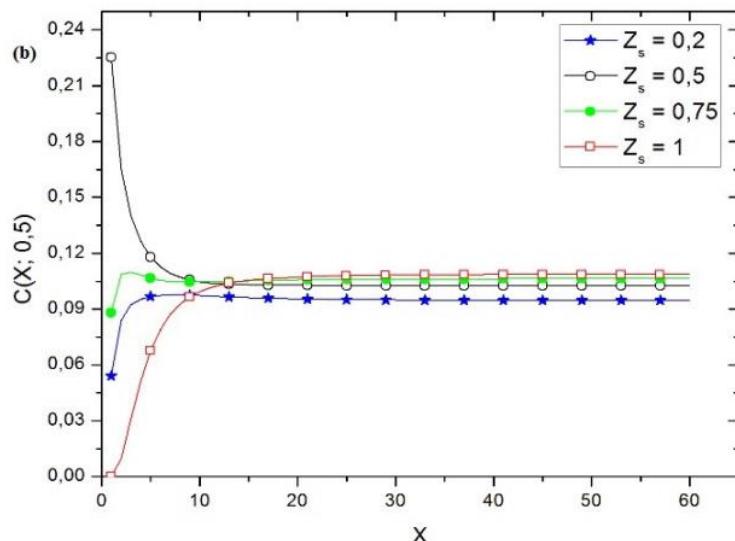
O coeficiente de difusão vertical, já adimensionalizado, utilizado na simulação é derivado a partir do perfil de velocidade:

$$K_z(Z) = \frac{\bar{u}k}{u^*} Z(1 - Z) \quad (3)$$

Notação:  $k$  é a constante de Von Karman;  $u^*$  é a velocidade de atrito (m/s);  $\bar{u}$  é a velocidade média do escoamento (m/s);  $\tau_0$  é a tensão de cisalhamento no fundo do rio (Kg/m<sup>2</sup>s) e  $\rho$  é a densidade do fluido (Kg/m<sup>3</sup>).

Para a simulação do caso descrito, foram utilizados os seguintes parâmetros experimentais:  $k = 0,35$  e  $u^* = 0,055$  m/s. A fonte poluidora é pontual e está localizada na posição adimensional  $Z_0 = 0,75$ .

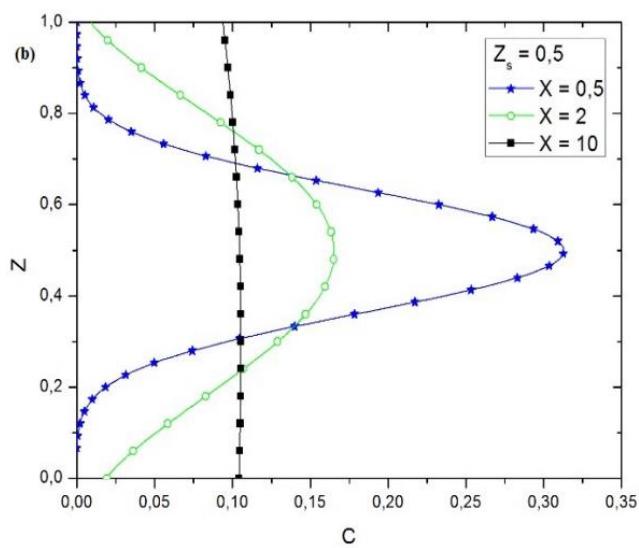
Dado que o modelo de dispersão utilizado possui o intuito de prever as zonas críticas de poluição, torna-se imprescindível ter conhecimento do local onde ocorre a máxima concentração de poluentes. Para isso, na Figura 1, foram analisados os gráficos da concentração em função da distância X para as alturas de fonte:  $Z_s = 0,2$ ;  $Z_s = 0,5$ ;  $Z_s = 0,75$ ;  $Z_s = 1$ .



**Figura 1:** Gráfico da concentração de poluentes C em função da distância X para quatro posições de fonte e profundidade  $z = 0,5$ .

Para a profundidade  $z = 0,5$ , percebe-se que a concentração é mais acentuada quando a fonte está localizada próxima ao ponto inicial de lançamento do poluente, ou seja, em  $Z_s = 0,5$ . Na demais alturas de fonte, a concentração também é maior em distâncias próximas à fonte poluidora. É possível notar que a homogeneização do poluente com o meio ocorre para distâncias maiores que  $X = 10$ .

Na Figura 2, apresenta-se o gráfico de profundidade em função da concentração para três distâncias ( $X = 0,5$ ;  $X = 2$ ;  $X = 10$ ) com altura de fonte  $Z_s = 0,5$ .



**Figura 2:** Perfil vertical da concentração de poluentes C para três distâncias ( $X = 0,5$ ;  $X = 2$ ;  $X = 10$ ) e posição de fonte  $Z_s = 0,5$ .

O gráfico acima nos mostra que a concentração alcança seu valor máximo na altura em que a fonte poluidora está localizada e que a concentração apresenta maiores valores para as distâncias próximas do local de despejo do contaminante. Para distâncias mais afastadas da fonte, o perfil de concentração não apresenta grandes variações, ou seja, o perfil de concentração tende a ficar homogêneo.

#### 4. CONCLUSÕES

Neste estudo, a equação de difusão-advecção foi resolvida por um método analítico (técnica GILTT). Os resultados originados da comparação entre resultados das concentrações simuladas e observadas mostram que o modelo empregado reproduz adequadamente as medidas experimentais. De acordo com Oliveira (2015), o modelo empregado possui resultados melhores que os gerados por modelos numéricos encontrados na literatura.

A técnica GILTT já é bem aceita para modelar a dispersão de poluentes atmosféricos e vem se mostrando adequada também para simulação de contaminantes em meios aquáticos.

Este trabalho, por apresentar uma solução analítica para a concentração em um tempo qualquer, elimina o erro acumulado inerente aos métodos numéricos de integração no tempo, exceto pelo erro de truncamento. O objetivo do trabalho foi atingido, uma vez que foi apresentada a solução analítica do problema de dispersão de poluentes bidimensional aplicada a rios e canais.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**BARROS, F. Modelos multidimensionais para dispersão de contaminantes em rios e canais:** soluções híbridas por transformação integral. 2004. Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro/RJ.

BUSKE, D.; QUADROS, R. S.; OLIVEIRA, R. E.; WEYMAR, G. J.; HARTER, F.P.. Analytical solution for contaminant dispersion model in rivers and canals applying the method GILTT. **International Journal of Development Research**, v. 7, p. 13857-13864, 2017.

FISCHER, H.; LIST, J.; KOH, R.; IMBERGER, J.; BROOKS, N. **Mixing in Inland and Coastal Waters**. London: Academic Press, 1979.

MOREIRA, D. M.; VILHENA, M. T.; BUSKE, D.; TIRABASSI, T.. The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere. **Atmospheric Research**, v. 92, p. 1-17, 2009.

NOKES, R.; MCNULTY, A.; WOOD, I. Turbulent dispersion from a steady two-dimensional horizontal source. **Journal of Fluid Mechanics**, v.149, p.147-159, 1984.

OLIVEIRA, R. E. **Dispersão de contaminantes em rios e canais através do método GILTT**. 2015. Dissertação de Mestrado – PPGMMAT/UFPEL, Pelotas/RS.