

## OTIMIZAÇÃO DA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL DE NÊUTRONS VIA SÉRIES DE POTÊNCIA EM LINGUAGEM C

GUSTAVO BRAZ KURZ<sup>1</sup>; RODRIGO ZANETTE<sup>2</sup>; CLAUDIO ZEN PETERSEN<sup>3</sup>

*Universidade Federal de Pelotas<sup>1</sup> – gbkurz@inf.ufpel.edu.br*

*Universidade Federal de Pelotas<sup>2</sup> – rodrigozanette@hotmail.com*

*Universidade Federal de Pelotas– claudiopetersen@yahoo.com.br*

### 1. INTRODUÇÃO

Devido à busca de recursos energéticos mais “limpos”, a energia nuclear têm sido alvo crucial em debates uma vez que esta não emite gases causadores dos efeitos estufa ou chuva ácida, tornando as usinas nucleares uma das alternativas mais viáveis. Além disso, esta opção é eficaz para atender altas demandas energéticas com segurança.

O monitoramento dos reatores nucleares ocorre devido ao controle da população de nêutrons, que corresponde ao número total dos nêutrons presentes no reator em um determinado instante e volume estes nêutrons são produzidos e absorvidos, mantendo um balanço entre perdas e ganhos no interior do núcleo do reator, permitindo que esta reação em cadeia seja controlada.

Para quantificar a população de nêutrons existem dois grandes modelos matemáticos: o de transporte e o da difusão. O primeiro consiste na dependência angular, espaço, energia e tempo em função da população neutrônica, enquanto o segundo, considera apenas o espaço, energia e tempo. Embora o segundo modelo seja mais simplificado ele é o mais utilizado para os cálculos globais em física de reatores.

A equação da difusão de nêutrons tem como solução a população de nêutrons, também chamado de fluxo escalar de nêutrons. Para resolvê-la é preciso especificar condições de contorno à qual a solução deve satisfazer. Algumas delas são determinadas pelo próprio significado físico do fluxo.

Durante a fissão nuclear há a produção de nêutrons, no entanto ainda há a existência dos nêutrons atrasados, que surgem após a fissão, provindos quando a reação resulta fragmentos instáveis que no processo de decaimento emitem tais nêutrons. É necessário incluí-los no processo de monitoramento, uma vez que podem modificar drasticamente o desempenho do sistema.

O comportamento do fluxo de nêutrons quando há variação temporal é estudado pela cinética de reator, uma vez que esta trata das variações do fluxo em função do tempo, isto é, o afastamento do ponto de equilíbrio, ou criticalidade, devido à oscilação temporal de baixa escala.

Um método prático, e amplamente utilizado, para a determinação desta variação temporal é a solução das equações da cinética pontual, que leva em consideração apenas a amplitude e não o espaço, porém este método é válido apenas para uma reatividade conhecida.

O vigente trabalho tem como objetivo implementar a solução das equações da cinética pontual de nêutrons via séries de potência em linguagem C, visando a minimização do custo computacional e uma melhor precisão nos resultados. Para isso, considera-se um modelo a seis grupos de precursores de nêutrons atrasados para duas reatividade: constante e senoidal. Os resultados obtidos e o tempo computacional são comparados com TUMELERO (2015).

## 2. METODOLOGIA

Segundo DUDERSTADT; HAMILTON (1976) e LEWIS (2008) as equações da cinética pontual de nêutrons são dadas por:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t)$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t)$$

onde  $i = 1, 2, \dots, M$  (com  $M$  sendo o nº de precursores). Com as seguintes condições iniciais:

$$n(0) = 1$$

$$C_i(0) = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

onde  $n(t)$  é a densidade de nêutrons,  $\rho$  é a reatividade,  $\beta$  é a fração total de nêutrons atrasados,  $\Lambda$  é o tempo médio de geração de nêutrons,  $\lambda_i$  é a constante de decaimento no grupo  $i$  de precursores,  $\beta_i$  é a fração de nêutrons atrasados no grupo  $i$  de precursores e  $C_i$  é a concentração de nêutrons atrasados no grupo  $i$  de precursores.

A ideia é encontrar uma solução para o sistema (1) em forma de séries de potências em torno de um ponto ordinário  $t_0$ , procurando uma solução da forma

$$n(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + \dots + a_n(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t - t_0)^n$$

$$C_i(t) = b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) + \dots + b_{i,n}(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_{i,n}(t - t_0)^n \quad (2)$$

Substituindo (3) e sua derivada em (1) chega-se na relação de recorrência, que na forma explícita é expressa por:

$$a_{n+1} = \frac{\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} a_n + \lambda b_{i,n}}{(n+1)}; \quad b_{i,n+1} = \frac{\frac{\beta}{\Lambda} a_n - \lambda b_{i,n}}{(n+1)} \quad (3)$$

Através das condições iniciais pode-se determinar  $a_0$  e  $b_0$  iniciando a geração dos  $a_n$  e  $b_n$ . Primeiramente, procuram-se soluções em séries em torno de um ponto num intervalo  $I_0 = [0, 2\Delta t]$ , onde  $\Delta t = t_0$  é o passo de tempo escolhido. Admitindo  $\rho(t) = \rho$  e que a densidade de nêutrons e a concentração de precursores são uma aproximação linear local em torno de  $t_0$  para  $I_0$ , tem-se que a série (3) torna-se:

$$\begin{aligned} n(t) &\equiv a_0 + a_1(t - t_0) \\ C_i(t) &\equiv b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) \end{aligned} \quad (4)$$

Agora, utilizando a mesma ideia para todos os intervalos  $I_n = [2n(\Delta t), 2n + 2(\Delta t)]$  para  $n=0,1,2,\dots$ , é possível encontrar a solução para todos os intervalos  $I_{n+1}$  em torno de  $t_0$  pertencente a esse intervalo tomando como condição inicial a solução no intervalo anterior  $I_n$  em  $t=(n+2)\Delta t$  para  $n=0,1,2\dots$ , ou seja, fazendo uso da continuação analítica.

Cabe ressaltar que o sistema linear encontrado é resolvido pelo método de Gauss-Seidel, em consequência de que esta técnica permite um melhor controle do erro. Vale ressaltar que no trabalho desenvolvido por TUMELERO( 2015) o problema de cinética pontual é resolvido em Scilab. Portanto, neste trabalho baseado na metodologia apresentada é desenvolvido um programa em linguagem C, devido ao nível de tempo de execução, já que em C a linguagem é compilada e em Scilab interpretada, além de que ambos os algoritmos foram rodados no mesmo computador para fins de comparação da precisão da solução e tempo computacional.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir dos parâmetros encontrados em Tumelero (2015) (Tabela 1) e da comparação do seu algoritmo, em Scilab, com o algoritmo em C, foi possível estabelecer uma comparação a cerca do tempo computacional senoidal (TABELA 2). Cabe ressaltar que ambos os algoritmos foram rodados no mesmo computador para fins de comparação da precisão da solução e tempo computacional.

TABELA 1 - Parâmetros nucleares:

$i$	$\beta_i$	$\lambda_i (\text{s}^{-1})$
1	0,000285	0,0127
2	0,0015975	0,0317
3	0,00141	0,115
4	0,0030525	0,311
5	0,00096	1,4
6	0,000195	3,87
	$\beta = 0,0075$	$\Lambda = 0,0005$

TABELA 2 - Comparação do tempo computacional para reatividade do tipo senoidal:

$\rho = 0,00073 \text{sen}(t)$	T(s)	Tempo em Scilab (s)	Tempo em C (s)	Ganho Computacional
	1	4,474	0,286	15,64335664
	2	6,98	0,266	26,2406015
	3	9,172	0,295	31,09152542
	4	12,368	0,331	37,36555891
	5	17,119	0,321	53,33021807

## 4. CONCLUSÕES

Segundo as análises dos resultados obtidos é permitível inferir que a medida que o tempo aumenta o ganho computacional também aumenta.

O aumento do ganho computacional foi devido à modificação dos algoritmos, rodados em um mesmo computador. Este fato é decorrente da escolha dos autores por optarem outra linguagem computacional e pela metodologia de resolução do sistema linear. A linguagem em C foi responsável pelo aumento do ganho computacional, uma vez que sua linguagem é compilada ao invés de interpretada.

Mesmo utilizando um modelo mais simplificado a linguagem em C apresentou-se mais rápido que o outro algoritmo desenvolvido em Scilab, as perspectivas futuras vistas pelos autores é de que essa diferença será maior ainda para problemas mais realísticos.

As análises e interpretações dos dados obtidos permitiram inferir que houve o aumento da precisão dos valores e do ganho computacional, possibilitando um melhor controle do sistema, fator imprescindível na física de reatores. Estas vantagens são resultantes da escolha da linguagem de programação e da técnica utilizada para resolver o sistema linear.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSUNÇÃO NETO, Fernando Augusto. **Soluções das equações da cinética pontual para reatores subcríticos pelo método Adomian** (RJ). 2012. Dissertação (Mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de energia nuclear, Rio de Janeiro, 2012

DUDERSTADT, J.J.; HAMILTON, L.J. *Nuclear Reactor Analysis*. New York: Wiley, 1976.

LEWIS, E.E. **Fundamentals of Nuclear Reactor Physics**. Burlington: Academic Press, 2008.

MAIORINO, José Rubens. **Teoria de transporte de nêutrons em meios adjacentes no modelo de dois grupos e espalhamento isotrópico** (SP). 1978. Dissertação (Mestrado) – Instituto de energia atômica, São Paulo, 1978.

TUMELERO, Fernanda. **Solução das equações da cinética pontual de nêutrons com e sem retroalimentação de temperatura pelo método da aproximação polinomial** (RS). 2015. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2015