

## REFLEXOS DO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA DO ENSINO REGULAR NO ENSINO SUPERIOR

LUANA OLIVEIRA DE OLIVEIRA<sup>1</sup>; PATRÍCIA DA CONCEIÇÃO FANTINEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Universidade Federal de Pelotas – luanaoliveira\_oliveira@hotmail.com*

<sup>2</sup>*Universidade Federal de Pelotas – patifantinel@gmail.com*

### 1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho discute-se resultados das resoluções de alunos do curso de Licenciatura em Matemática Noturno, da Universidade Federal de Pelotas, matriculados na disciplina de Matemática Discreta A, no semestre 2016/1, monitorandos do Projeto de Apoio ao Aprendizado de Matemática e Estatística. Tal disciplina tem por objetivo prover o aluno dos conceitos básicos no estudo das estruturas matemáticas que são fundamentalmente discretas, no sentido de não suportarem ou requererem a noção de continuidade, estimulando-o a construir provas formais que utilizem tais conceitos.

O diagnóstico aqui feito baseia-se nos erros e dificuldades apresentados pelos alunos no conteúdo de Análise Combinatória, que começa a ser ensinado nas séries iniciais com noções de multiplicação e no segundo ano do ensino médio este assunto é novamente apresentado com noções do princípio multiplicativo e de permutação, arranjo e combinação.

A turma em questão tinha inicialmente quinze alunos, dos quais dois desistiram da disciplina e do restante, cinco tiveram um mau desempenho, principalmente na área relacionada à Combinatória. Por este motivo foi realizada uma avaliação extra, para que assim os alunos pudessem refletir sobre os conceitos combinatórios a partir de seus erros, consequentemente, compreendendo tais conceitos além de aplicar fórmulas em problemas estereotipados.

Segundo BORASI (1996) apesar dos profissionais da educação estarem cientes de que erros ocorrem no processo de aprendizagem, nem todos eles têm consciência de que erros podem ser usados para potencializar os processos de ensino e aprendizagem. Acreditamos que o erro não tem recebido atenção nem interpretação adequada por parte da comunidade educacional e, consequentemente, essa comunidade tem investido pouco diante da potencialidade do uso de erros no ensino formal.

Para BROUSSSEAU (1983) o erro é um conhecimento, que até certo ponto conduz ao acerto; contudo, a partir de determinado momento tal conhecimento se torna falho ou simplesmente inadaptável. Para o autor o erro é considerado necessário para desencadear o processo de aprendizagem do aluno. Os erros não são imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos.

Assim nesta avaliação as questões tinham foco nos principais erros que os alunos apresentaram na primeira avaliação que estavam na interpretação da notação, na determinação do tipo de agrupamento apresentado e na resolução incorreta de cálculos algébricos.

### 2. METODOLOGIA

O critério adotado na escolha das questões foi encontrar situações em que o estudante tivesse de se posicionar como professor, e foram extraídas de exames

que este possivelmente venha a fazer como um futuro profissional da educação. Outro critério adotado foi encontrar situações realmente problemáticas, na qual o estudante pudesse refletir sobre o melhor caminho para sua resolução, sem prender-se às fórmulas, mas sim aos conceitos. Foram utilizados problemas apresentados nas provas do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEED/SP) e também da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração (ANPAD). O ENADE, por exemplo, avalia os conceitos e procedimentos sobre contagem e análise combinatória daqueles que cursam licenciatura ou bacharelado em matemática.

Abaixo apresentaremos as referidas questões:

**Questão 1 (ENADE 2005)** Ao trabalhar o conteúdo de análise combinatória, o professor propôs que os alunos calculassem quantos números distintos de três algarismos podem ser formados a partir de quatro algarismos escolhidos por eles. A seguir, são destacadas as escolhas dos algarismos e as respostas dadas por quatro alunos dessa turma: Ana, Luís, Paulo e Roni.

I. Ana escolheu os algarismos 0, 3, 5 e 7.

Sua resposta foi 24, por levar em consideração apenas números com algarismos diferentes entre si.

II. Luís escolheu os algarismos 2, 4, 7 e 8.

Sua resposta foi 24, por levar em consideração apenas números com algarismos diferentes entre si.

III. Paulo escolheu os algarismos 3, 4, 5 e 6.

Sua resposta foi 16, por levar em consideração a possibilidade de haver algarismos repetidos nos números formados.

IV. Roni escolheu os algarismos 1, 2, 3 e 4.

Sua resposta foi 64, por levar em consideração a possibilidade de haver algarismos repetidos nos números formados.

O professor verificou que é coerente com as escolhas e a resposta somente o que se justifica em

- (A) I.
- (B) II.
- (C) I e III.
- (D) II e IV.
- (E) III e IV.

**Questão 2 (SEED/SP 2012)** Após uma aula em que se chegou à generalização do Binômio de Newton, Antônio Carlos aplicou o que aprendeu para encontrar o valor numérico de  $(1+\sqrt{3})^3$ . Observe os passos utilizados por ele durante a resolução.

$$1.^{\text{º}} \text{ passo: } \binom{3}{0} \cdot 1^3 + \binom{3}{1} \cdot 1^2 \cdot (\sqrt{3})^1 + \binom{3}{2} \cdot 1^1 \cdot (\sqrt{3})^2 + \binom{3}{3} \cdot (\sqrt{3})^3$$

$$2.^{\text{º}} \text{ passo: } \frac{3!}{3!.0!} + \frac{3!}{2!.1!} \sqrt{3} + \frac{3!}{1!.2!} \cdot 3 + \frac{3!}{0!.3!} \cdot 3\sqrt{3}$$

$$3.^{\text{º}} \text{ passo: } 1 + 3\sqrt{3} + 3.3 + 1.3\sqrt{3}$$

$$4.^{\text{º}} \text{ passo: } 10 + 6\sqrt{3}$$

Com relação ao observado, pode-se afirmar que

- (A) Existe erro no 1º passo.
- (B) Existe erro no 2º passo.
- (C) Existe erro no 3º passo.

- (D) Existe erro no 4º passo.  
 (E) Não existe erro em passo algum.

**Questão 3** (ANPAD 2015) O “amigo oculto” é uma tradição de fim de ano que tem por finalidade a troca de presentes entre os participantes. Primeiro, cada participante deve sortear um papel com o nome do amigo que presenteará. Depois, há o dia da troca, em que cada um deverá fornecer dicas para que os demais adivinhem quem será o presenteado. Escolhe-se quem começa a dar dicas, e o de, durante a brincadeira, algum participante presentear um amigo que já deu um presente, mas ainda haver amigos que não brincaram. Nesse caso, deve-se escolher quem recomeçará a brincadeira. Em um grupo de oito amigos, de quantas maneiras o sorteio pode ser feito de forma que o recomeço não aconteça?

- (A) 8.  
 (B) 92.  
 (C) 520.  
 (D) 5.040.  
 (E) 40.320.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Dos cinco alunos que poderiam realizar a atividade extra apenas quatro a fizeram. Os erros cometidos pelos estudantes são apresentados na Tabela 1 a seguir:

	Questão 1	Questão 2	Questão 3
<b>Aluno 1</b>	sem erros	não desenvolvimento do Binômio de Newton	não compreensão do conceito de permutação circular
<b>Aluno 2</b>	erro de interpretação: números distintos e com repetição	não desenvolvimento do Binômio de Newton	sem erros
<b>Aluno 3</b>	erro de interpretação: números distintos e com repetição	erro algébrico no desenvolvimento do Binômio de Newton	sem erros
<b>Aluno 4</b>	erro de interpretação: números distintos e com repetição	não desenvolvimento do Binômio de Newton	não compreensão do conceito de permutação circular

Tabela 1: Levantamento dos erros cometidos pelos estudantes

Baseado nas respostas dadas, podemos observar que há por parte dos estudantes uma falha no conhecimento prévio dos conceitos combinatórios. Nota-se um aprendizado instrumental, onde é necessário apenas descobrir que fórmula usar, não faz-se uso do raciocínio e de grande interpretação, certamente por estes conteúdos não terem sido bem desenvolvidos anteriormente, o que faz com que o aluno automaticamente procure sempre um meio “mecânico” de resolução e não consiga fazer a interpretação e o raciocínio mais adequado para responder.

### 4. CONCLUSÕES

Embora estes estudantes tenham sido aprovados na disciplina, ainda apresentam erros conceituais e comportamentais provenientes de um ensino básico que valoriza procedimentos e definições prontas, que devem ser repetidas e manipuladas sem atribuição de significado.

Sabo (2008, p. 1) ao falar dos discursos dos professores do ensino médio a respeito do ensino de análise combinatória, diz que,

Algumas vezes, observo professores afirmando que eles próprios não têm esses conceitos construídos de forma sólida e significativa, e, por esse motivo, evitam abordar o tema ou, optam, apenas, a apresentar aos alunos um processo de aplicação de fórmulas prontas, sem justificativas ou explicações. Assim sendo, o aluno necessita utilizar-se da memorização para aplicar a fórmula certa na resolução de problemas específicos, ou seja, o ensino de Análise Combinatória torna-se tecnicista e operacional.

Percebemos que esta atitude estava presente na resolução destes estudantes, por exemplo, ao buscarem resolver a terceira questão 50% dos estudantes buscaram diretamente um agrupamento relacionado à situação de organização de um amigo secreto, a permutação caótica, ou seja, utilizaram uma aplicação direta de um resultado sem sentido para a situação apresentada. O objetivo de escolha desta questão estava na interpretação da situação para a melhor escolha de resolução, isto é, através de uma permutação circular. Tal constatação aponta a necessidade de um trabalho mais efetivo, na disciplina de Matemática Discreta A, em relação aos obstáculos que impedem que o conhecimento matemático seja apreendido de forma correta pelo estudante (BROUSSEAU, 1983; IGLOI, 1999).

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, Milton. Caderno ANPAD Fev 2013 a Fev 2016. Disponível em: <<https://www.scribd.com/doc/316890614/Caderno-ANPAD-FEV-2013-a-FEV-2016>>. Acesso em: 22 de julho de 2016.

BORASI, R. *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood, New Jersey: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO, SEED. Prova Objetiva Professor De Educação Básica II – Matemática 2012. Disponível em: <<https://arquivo.pciconcursos.com.br/provas/19023587/f99f60f67ac0/prova021.pdf>>. Acesso em: 22 de julho de 2016.

IGLOI, S. B. C. A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática. In: MACHADO, S. de A. et al. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999. p. 89-113. (Série Trilhas).

SABO, R. D. *O ensino dos conceitos de análise combinatória e o livro didático: discurso de professores do Ensino Médio*. Disponível em: <[http://www2.rc.unesp.br/e\\_ventos/mathematica/ebrapem2008/upload/257-1-A-GT1\\_sabo\\_ta.pdf](http://www2.rc.unesp.br/e_ventos/mathematica/ebrapem2008/upload/257-1-A-GT1_sabo_ta.pdf)>. Acesso em: 21 jul. 2016, p. 1-20.

SINAES, Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes ENADE 2011. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_superior/enade/provas/2011/MATEMATICA.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2011/MATEMATICA.pdf)>. Acesso em: 22 de julho de 2016.