

## Aplicando Princípios Quânticos Fuzzy na Modelagem de Comportamento em Robôs via VPE-qGm

Julio Machado<sup>1</sup>, Lucas Agostini<sup>1</sup>; Anderson Avila<sup>1</sup>;  
Renata Reiser<sup>1</sup> e Maurício Lima Pilla<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas –{jmdsneto,lbagostini,abdavilar,reiser,pilla}@inf.ufpel.edu.br

### 1. INTRODUÇÃO

Em (Raghuvanshi et al., 2007), apresenta-se uma extensão para o robô de Braitenberg (RB) baseada em Computação Quântica (CQ) e Lógicas Fuzzy (LF). Na descrição de seu comportamento, considera-se a interpretação lógica do circuito quântico via propriedades quânticas, como o emaranhamento e sobreposição. O circuito aceita entrada de qualquer valor real entre zero e um, permitindo assim uma flexibilização para descrição dos movimentos (segue, para, dobra direita, dobra esquerda) que remete à LF, com modelagem mais próxima da expressão do nosso raciocínio.

Em (Silveira Neto, et al., 2016), é visto que podemos combinar LF e CQ para solucionar problemas de Inteligência Artificial na computação. A partir disso, nesse trabalho é proposto um estudo de caso utilizando a interface VPE-qGm (Maron et al., 2013), para modelagem e compreendimento do circuito de Braitenberg levando em consideração a probabilidade medi e a sua amplitude.

### 2. METODOLOGIA

O *qubit* (*quantum bit*) é a unidade básica de informação da CQ, constituindo um sistema com espaço de estados bidimensional, definindo um estado genérico representado pela expressão:  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  (Chiara, M.L.D 2002). Os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  são números complexos correspondentes às probabilidades dos respectivos estados, respeitando a condição de normalização  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ , e garantindo que o vetor de estado do sistema,  $(\alpha, \beta)^t$  seja unitário. As probabilidades associadas a aplicações multi-qubits viabilizam a representação simultânea de vários estados, configurando um estado de superposição quântica, característica que origina o fenômeno do paralelismo quântico explorado neste trabalho.

A evolução de um sistema quântico  $n$ -qubit é modelada por transformações quânticas (TQs) unitárias e controladas associadas a matrizes  $2^n$ , com  $N$  indicando o número de *qubits* do sistema, preservando a condição de normalidade dos estados quânticos. A transformação *Pauly X* e sua aplicação sobre estados de 1-qubit e 2-qubits estão apresentadas na Figura 1. A transformação Toffoli descreve uma operação de controle para um sistema de 3 qubits, onde o operador NOT(*Pauly X*) é aplicado ao terceiro qubit  $|\sigma\rangle$  quando o estado corrente dos dois primeiros qubits  $|\psi\rangle$  e  $|\phi\rangle$  são ambos  $|1\rangle$ .

|   |   |
|---|---|
| <p>1 and 2-qubit Pauli X transformations</p> $X \psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$ $X^{\otimes 2} \Pi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \\ \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$ | <p>Toffoli transformation</p> $T = \begin{pmatrix} Id & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Id & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Id & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X \end{pmatrix}$ |
|---|---|

**Figura 1. Exemplos de Transformações Quânticas.**

A CQ prevê que AQs podem ser mais eficientes do que seus análogos clássicos. Considerando essa afirmação e a possibilidade de representação de operações sobre FSs a partir de operadores quânticos, este trabalho está inserido na proposta de investigar sistemas fuzzy modelados via CQ. Assim, a estruturação lógica que descreve a incerteza associada à teoria dos conjuntos fuzzy pode ser modelada a partir de transformações e estados quânticos (Nielsen; Chuang, 2000).

A *LF* expressa a incerteza do raciocínio humano através da Teoria dos Conjuntos Fuzzy. Um conjunto fuzzy (FS) é caracterizado pelas funções de pertinência (*MF*) e de não-pertinência (*NMF*)  $\mu_A, \nu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$  determinando o grau de pertinência (*MD*) e de não-pertinência (*NMD*) de cada elemento  $x \in X$  ao CF *A*, associado a um universo  $X \neq \emptyset$  e dado pela expressão:  $A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) : \mu_A(x) + \nu_A(x) = 1, \forall x \in X\}$ .

Em (Avila, A. 2015), FSs são interpretados por sobreposição de conjuntos fuzzy clássicos (CFSs) associados a um estado quântico. Assim, sejam  $\mu_A, \mu_B : X \rightarrow [0,1]$  MFs associadas aos FSs *A* e *B* pelo ( $|S_{\mu_A}\rangle, |S_{\mu_B}\rangle$ ) de registradores quânticos:

$$|S_{\mu_A}\rangle = \sqrt{\mu_A(x)}|1\rangle + \sqrt{1-\mu_A(x)}|0\rangle \text{ and } |S_{\mu_B}\rangle = \sqrt{\mu_B(x)}|1\rangle + \sqrt{1-\mu_B(x)}|0\rangle.$$

Interpretações para operadores fuzzy via CQ, como complemento, intersecção e união são obtidos a partir de composições entre TQs, como o complemento *NOT*:

$$NOT(|S_{\mu_A}\rangle) = (\sqrt{\mu_A(x)}|0\rangle + \sqrt{1-\mu_A(x)}|1\rangle)$$

E, o operador *AND* (aplica a TQ *Toffoli* em (Avila, A. 2015) ::

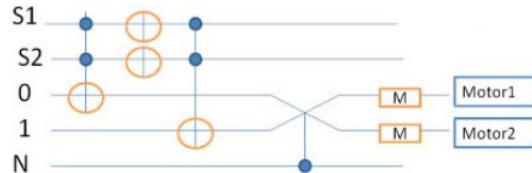
$$AND\left(|S_{\mu_{A_I}}\rangle, |S_{\mu_{B_I}}\rangle\right) = T\left(|S_{\mu_{A_I}}\rangle, |S_{\mu_{B_I}}\rangle, |0\rangle\right) = \\ = (\sqrt{1-x_1}\sqrt{1-y_1}|000\rangle + (\sqrt{1-x_1}\sqrt{y_1}|010\rangle + (\sqrt{x_1}\sqrt{1-y_1}|100\rangle + (\sqrt{x_1}\sqrt{y_1}|111\rangle)$$

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O comportamento reativo do robô *Braitenberg* (RB) é totalmente descrito usando registradores e operadores quânticos, e as saídas obtidas são interpretadas por registradores clássicos. É importante ressaltar que é possível receber e enviar continuamente os sinais de entrada. Justifica-se o uso da LF, não apenas para se obter o raciocínio mais exato do robô RB mas também para se ter uma modelagem mais sensível.

Na Figura.2, tem-se o circuito interpretando o comportamento reativo de um robô RB, de acordo com sensoriamento do ambiente. Tem-se cinco transformações, a partir do estado inicial  $|X_0\rangle$  até o estado  $|X_4\rangle$  antecedendo

as medidas  $M1$  e  $M2$ . Os sinais  $S_1$  e  $S_2$ , referem-se a sensores de luz localizados a esquerda e a direita do robô RB e são representados por registradores  $|S_1\rangle$  e  $|S_2\rangle$ , respectivamente. O sensor  $N$  de ruído sonoro atua como um controle se há ou não troca das entradas, sendo representado pelo registrador  $|N\rangle$ . Esta troca é representada pela porta universal *Fredkin* no estado  $|X_4\rangle$ , como mostra o circuito da Figura 2.



**Figura 2. Representação do Circuito para o Robô Braitenberg.**

A expressão da entrada  $X_0$  do circuito na Figura 2 é dada por:

$$|X_0\rangle = |S_1\rangle \otimes |S_2\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |N\rangle$$

O estudo de casos a seguir considera os seguintes qubits em sobreposição:

$$|S_1\rangle = (\sqrt{1-x}|0\rangle + \sqrt{x}|1\rangle); \quad |S_2\rangle = (\sqrt{1-y}|0\rangle + \sqrt{y}|1\rangle); \quad |N\rangle = (\sqrt{1-n}|0\rangle + \sqrt{n}|1\rangle).$$

Logo, uma instância do estado inicial  $|X_0\rangle$  considerando estes *qubits*, é dada por:

$$|X_0\rangle = (\sqrt{1-x}|0\rangle + \sqrt{x}|1\rangle) \otimes (\sqrt{1-y}|0\rangle + \sqrt{y}|1\rangle) \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes (\sqrt{1-n}|0\rangle + \sqrt{n}|1\rangle)$$

### 3.1 Estudo de caso: saídas em sobreposição via VPE

Considerando-se as  $2^3$  possíveis configurações de memória em endereços não nulos que o circuito permite, analisamos a probabilidade das saídas no terceiro e no quarto qubit. Então temos como exemplo de entrada o estudo de caso:

$$\Rightarrow |X_0\rangle = (\frac{\sqrt{3}}{3}|0\rangle + \frac{\sqrt{6}}{3}|1\rangle) \otimes (\frac{\sqrt{2}}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|1\rangle) \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes (\frac{\sqrt{2}}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|1\rangle)$$

Após a simulação da entrada na VPE, obtemos como estado final  $|X_4\rangle$  apresentado em quatro casos na Figura 3:

| Memo |                 |                 | Memo |                 |                 |
|------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|
|      | $ 01101\rangle$ | $ 10101\rangle$ |      | $ 01010\rangle$ | $ 10010\rangle$ |
| 0.25 | $(0.81649+0j)$  | $(0.57736+0j)$  | 0.25 | $(0.81649+0j)$  | $(0.57736+0j)$  |

(a).
(b).

| Memo |                 |                 | Memo |                 |                 |
|------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|
|      | $ 00110\rangle$ | $ 00111\rangle$ |      | $ 11000\rangle$ | $ 11001\rangle$ |
| 0.33 | $(0.70711+0j)$  | $(0.70711+0j)$  | 0.17 | $(0.70711+0j)$  | $(0.70711+0j)$  |

(c).
(d).

**Figura 3. Possíveis Casos Finais para o Estudo de Caso.**

O estado da Figura 3(a) é obtido com uma probabilidade de 25%, tendo como resultado da leitura os valores 1 e 0 para o terceiro e quarto qubit respectivamente, o que faz o robô se movimentar um pouco para a direita.

O estado da Figura 3(b) também é obtido com uma probabilidade de 25%, tendo como resultado da leitura os valores 0 e 1 para o terceiro e quarto qubit

respectivamente, mas neste caso o movimento será um pouco para a esquerda.

O estado da Figura 3(c) foi obtido com uma probabilidade de 33%, tendo como resultado da leitura os valores 1 e 1 para o terceiro e quarto qubit respectivamente, como o valor dos qubits é o mesmo, o robô andará para frente.

O estado da Figura 3(c) é obtido com uma probabilidade de 17%, tendo como resultado da leitura os valores 0 e 0 para o terceiro e quarto qubit respectivamente, e como ambos os qubits lidos foram 0, o robô fica parado.

#### 4. CONCLUSÕES.

Pelo paralelismo quântico, pode-se replicar este circuito. A resposta será gerada no tempo proporcional ao de apenas um agente. E, com tal expansão, preserva-se a complexidade temporal mas com incremento na complexidade espacial. Na continuação, pretendemos implementar a medição da probabilidade de medição de mais de um qubit simultaneamente.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NIELSEN, M. A. AND CHUANG, I. L. **Quantum Computation and Quantum Information**. Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press, 2000.

SILVEIRA NETO, J. M., AGOSTINI, L. B., REISER, R., AND PILLA, M. Aplicando Princípios Quânticos Fuzzy na Modelagem de Comportamento em Rob. **ERAD**, Porto alegre, p. 239 - 242, 2016.

Avila, A., Schmalfuss, M., Reiser, R., and Kreinovich, V. (2015). Fuzzy xor classes from quantum computing. In Artificial Intelligence and Soft Computing, volume 9120 of Lecture Notes in Computer Science, pages 305–317. Springer International Publishing.

CHIARA, M.L.D., GIUNTINI, R.,LEPORINI, R., AND LEPORATI, A. Qubit semantics and quantum trees. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0211190>. Comment: 10 pages, 2 figures. (2002).

RAGHUVANSHI, A., FAN, Y., WOYKE, M., AND PERKOWSKI, M. Quantum robots for teenagers. In Multiple-Valued Logic. ISMVL 2007. 37th International Symposium on, pages 18–18. (2007).

MARON, A., REISER, R., PILLA, M., AND YAMIN, A. Expanding the vpe-qgm environment towards a parallel quantum simulation of quantum processes using gpus. **CLEI**. Arequipa, Peru. n. 16, p. 1–19, jul. 2013.