

Comparações de modelos pelo cálculo da entropia dos resíduos dos modelos GILTT

Jorge Ribes¹; Elisia R. Correa²; Maicon Nardino¹; Régis S. Quadros²;
Daniela Buske²; Willian Silva Barros²

¹Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática (PPGMMat - UFPel)
Pelotas – RS – Brasil – jlribes@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas-DME/IFM - wsbarros@hotmail.com

1. INTRODUÇÃO

A qualidade do ar das cidades é um fator fundamental para a qualidade de vida da população e do meio ambiente. Devido a isso, diferentes grupos de pesquisa trabalham na modelagem de fenômenos atmosféricos e em sua simulação computacional. O grande desafio tem sido desenvolver ferramentas numéricas eficazes para estimar o nível de concentração de poluentes na atmosfera provenientes das inúmeras fontes de emissão, tanto antropogênicas como naturais. A partir da estimativa do nível de concentração próximo da fonte, pode-se realizar uma avaliação do impacto ambiental gerado e agir na tentativa de uma solução o mais conveniente possível para o problema (BUSKE, 2004).

A estatística descritiva compreende o conjunto dos métodos estatísticos para resumir e descrever as características proeminentes de conjuntos de dados referentes a observações de fenômenos particulares de uma classe de fenômenos. Nesse sentido, ela inclui a condensação de dados em forma de tabelas, sua representação gráfica e a determinação de indicadores numéricos de centro e de variabilidade (DA SILVA, 2004; PIMENTEL-GOMES, 2009).

O objetivo deste trabalho é aplicar as medidas descritivas e efetuar o cálculo da entropia para verificar o grau de distorção entre os dados observados e preditos por quatro modelos matemáticos.

2. METODOLOGIA

Este trabalho baseia-se na análise estatística dos resultados obtidos no desenvolvimento analítico das equações de advecção-difusão utilizando-se a combinação da Transformada de Laplace e da técnica GILTT (*Generalized Integral Laplace Transform Technique*). Esta técnica compreende os seguintes passos para a resolução de um problema bidimensional estacionário, por exemplo: solução de um problema associado de Sturm-Liouville, expansão da concentração de poluentes em uma série em termos das autofunções, substituição desta expansão na equação de difusão-advecção e finalmente tomar momentos. Esse procedimento nos leva a um conjunto de equações diferenciais ordinárias chamadas de problema transformado. O problema transformado é resolvido pela técnica da Transformada de Laplace e diagonalização (WORTMANN et al., 2005). A técnica GILTT é um método totalmente analítico, no sentido de que nenhuma aproximação é feita ao longo da sua derivação exceto pelo erro de truncamento.

A modelagem do problema se dá na Camada Limite Planetária (CLP) que é definida como a parte da troposfera que é diretamente influenciada pela superfície terrestre e responde aos forçantes superficiais com uma escala de tempo inferior a uma hora, efetuando-se uma análise estatística dos resultados. Aplicaremos alguns conceitos estatísticos de acordo com os resultados encontrados na literatura. Maiores detalhes sobre o experimento, parametrizações da

turbulência, e soluções analíticas citadas podem ser encontrados em (MOREIRA et. al., 2009) e (BUSKE et. al., 2012).

Os resultados foram gerados pela solução analítica da equação de advecção-difusão do tipo: bidimensional estacionário, bidimensional transiente, tridimensional considerando uma Gaussiana na direção transversal e, tridimensional totalmente analítico, utilizando os dados do experimento de Copenhagen (GRYNING and LICK, 1984) (GRYNING et. al., 1987).

As análises estatísticas foram realizadas com intuito de verificar o comportamento do conjunto de dados observados e preditos pelos quatro modelos GILTT, neste sentido foram aplicadas medidas estatísticas descritivas. O cálculo da entropia foi realizado utilizando-se a variância dos resíduos entre os dados observados e preditos, pressupondo que os resíduos assumem distribuição normal. A entropia foi estimada pela equação 1:

$$\frac{1}{2} \ln(2\sigma^2 \pi e) \quad (1)$$

As análises estatísticas foram realizadas no programa computacional Genes (CRUZ, 2013).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 1 são demonstrados os resultados da análise estatística dos dados referentes aos quatro modelos GILTT dos experimentos de Copenhagen, os quais os dados foram observados e preditos pelos modelos. Com a análise estatística do conjunto de dados busca-se gerar inferências sobre o grau de posição e variação entre os valores preditos e os dados que de fato foram observados.

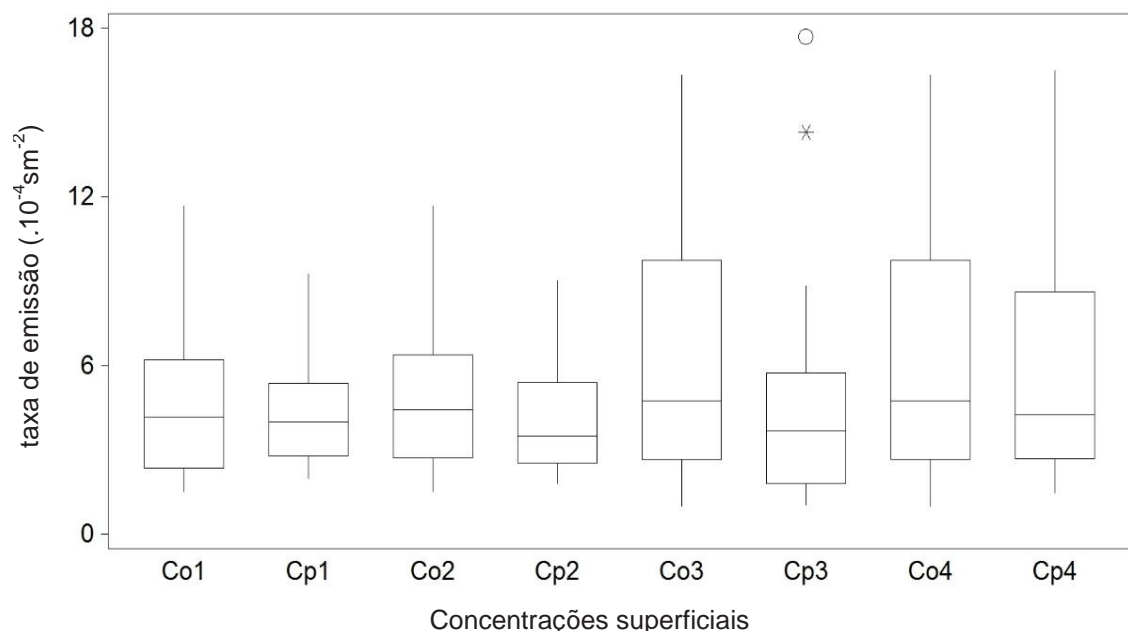


Figura 1. Gráfico box plot referente aos dados de Copenhagen observados e preditos pelos quatro modelos GILTT.

Foram utilizados os dados de concentração integrados lateralmente para a equação bidimensional estacionária (aqui denominado GILTT1), dados com uma maior resolução temporal para a equação bidimensional transiente (aqui denominado GILTT2), dados tridimensionais para a equação tridimensional

estacionária que aqui é resolvida assumindo-se que em y tem-se uma distribuição Gaussiana da pluma como em (MOREIRA et. al., 2009) (aqui denominado GILTT3) e dados tridimensionais do modelo tridimensional analítico (aqui denominado GILTT4).

Na análise do modelo GILTT1 para o conjunto de dados observados e preditos as medianas foram de 4.65 e 3.25. Com relação aos quartis, no primeiro conjunto de dados, verifica-se que o primeiro quartil tem valores 3.27 para os valores observados e 2.31 para os valores preditos, ou seja, 25% dos valores estão abaixo desses valores e que 75% deles estão acima, enquanto o terceiro quartil tem valores 6.84 e 5.84 para os valores observados e preditos, respectivamente, indicando assim que 75% dos valores estão abaixo e que 25% dos valores estão acima desses números.

Para o modelo GILTT2 os valores das medianas para os dados observados e preditos foram 4.1 e 3.765, Indicando tal observação, tem-se no segundo conjunto de dados os valores 2.56 e 2.31 para o primeiro quartil para os dados observados e preditos, respectivamente e os valores 5.53 e 6.22 respectivamente, para os dados observados e preditos, para o terceiro quartil.

Com relação ao terceiro conjunto de dados no modelo GILTT3 para os valores observados e preditos os valores das medianas foram 4.53 e 2.83. Para os quartis os valores foram de 2.38 e 2.14 para o primeiro quartil e 5.43 e 7.95 para o terceiro quartil.

No GILTT4, para os valores da mediana dos dados observados e preditos 4.53 e 2.83, respectivamente, e, que determinam, em cada conjunto, o valor central. No quarto conjunto de dados tem-se 2.38 e 2.14 para o primeiro quartil e 5.43 e 7.95 para o terceiro quartil.

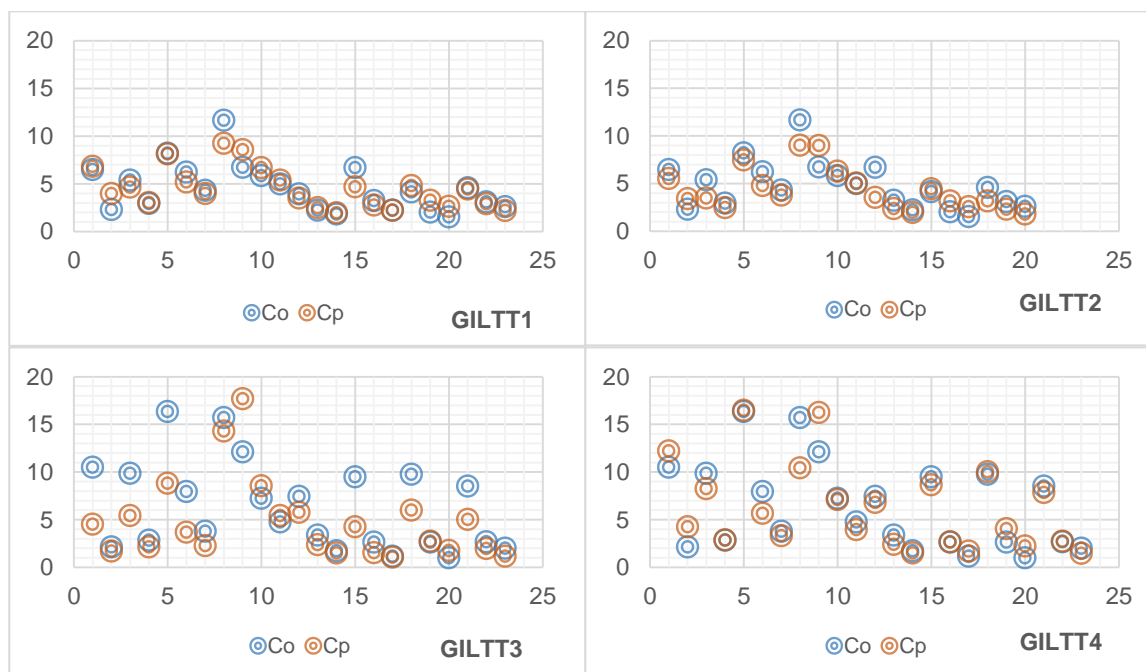


Figura 2. Dispersão dos dados observados (Co) e preditos (Cp) nos quatro modelos GILTT.

Com relação à Figura 2, para os dados observados e preditos pelos modelos GILTT, pode-se inferir que houve maior sobreposição dos valores observados e preditos no modelo GILTT1 e GILTT2, que remete a um elevado ajuste e predição dos valores por estes modelos. A predição dos dados pelos

modelos GILTT3 e GILTT4 demonstram menor ajuste devido a baixa sobreposição entre os valores reais e os valores preditos.

A entropia em estatística se refere a incerteza presente num conjunto de dados. Valores elevados de entropia remetem a presença de maior variabilidade no conjunto de dados, dificultando a obtenção de um modelo o qual melhor se ajusta ao conjunto de dados (SILVA, 2014). As estatísticas de entropia estimadas foram maiores para os modelos GILTT3 (2,4493) e GILTT4 (1,9789), podendo destacar que ocorre maior distorção entre os valores reais e preditos destes modelos, quando comparados com as estatísticas de entropia dos modelos GILTT1 (1,4403) e GILTT2 (1,6977) em que esta distorção é reduzida.

4. CONCLUSÕES

Os modelos GILTT1 e GILTT2 revelaram maior ajuste na predição dos valores da dispersão de poluentes conforme observado nas estimativas de entropia.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUSKE, D. **Solução analítica da equação de difusão-advecção pelo método GILTT aplicada à dispersão de poluentes atmosféricos**. 2004. Dissertação (Mestrado Engenharia Mecânica) - Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS.

SILVA, J. R. S. **Avaliação de autocorrelações e complexidade de séries temporais climáticas no Brasil**.

BUSKE, D., VILHENA, M. T., TIRABASSI, T. and BODMANN, B. (2012) "Air pollution steady-state advection-diffusion equation: the general three-dimensional solution". **Journal of Envir. Protec**, 4:1-10.

CRUZ, C.D. GENES - A software package for analysis in experimental statistics and quantitative genetics. **Acta Scientiarum**. v.35, n.3, p.271-276, 2013

GRYNING, S. E. and LYCK, E. (1984) "Atmospheric dispersion from elevated source in an urban area: comparison between tracer experiments and model calculations". **Journal of Climate applied Meteorology**, 23: 651-654.

GRYNING, S. E., HOLTSLAG, A.M.M., IRWIN, J. and SIVERTSEN, B. (1987) "Applied dispersion modelling based on meteorological scaling parameters". **Atmospheric Environment**, 21: 79-89.

MOREIRA, D. M., VILHENA, M. T., BUSKE, D. and TIRABASSI, T. (2009) "The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere". **Atmospheric Research** 92: 1-17.

DA SILVA, J. G. C. (2004) "**Estatística Básica**". Versão preliminar. Universidade Federal de Pelotas-UFPEL. Pelotas-RS.

PIMENTEL-GOMES, F. (2009) "**Curso de estatística experimental**". Piracicaba, v. 15: 451.

WORTMANN, S., VILHENA, M. T., MOREIRA, D. M. and BUSKE, D. (2005) "A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL". **Atmospheric Environment**. 39 (12): 2187-2194.