

DERTERMINAÇÃO DO DESVIO DA VERTICAL PELO MÉTODO PROCRUSTES UTILIZANDO A DECOMPOSIÇÃO DE SCHUR

DARLAN PAULO COSSUL¹; SAMOEL GIEHL²; ROGERS ADEMIR DRUNN PEREIRA³; SUELEN CRISTINA MOVIO HUINCA³

¹Universidade Federal de Pelotas – darlancossul@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – samoelgiehl@yahoo.com.br

³Universidade Federal de Pelotas – r51505150@gmail.com, suelen.huinca@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho objetiva testar a metodologia de Procrustes para a determinação dos componentes do desvio da vertical. A metodologia resultou na determinação do desvio da vertical de um ponto chamado ponto central localizado no Campus Capão do Leão da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). O desvio da vertical ou deflexão da vertical mede a inclinação da normal relativamente à vertical do ponto. Este componente deve ser calculado quando se deseja compatibilizar levantamentos de natureza local com observações ajustadas em nível global, tais como realizações derivadas de Sistemas GNSS. O resultado é principalmente aplicado para minimizar erros de fechamento da poligonal.

SOUZA&GARNÉS (2012) ressaltam a importância do desvio da vertical em aplicações relevantes nos levantamentos de campo como: transformação entre coordenadas astronômicas e geodésicas; redução de direções horizontais e reduções de ângulos horizontais ao elipsoide; redução dos ângulos zenitais ao elipsoide; correção de desniveis por nivelamento geométrico, etc.

Objetivando-se a determinação do desvio da vertical de um ponto central, realizou-se levantamentos de campo com GPS para determinação das coordenadas geodésicas curvilíneas deste ponto central e 6 pontos no entorno. Calculou-se na sequência a variação de coordenadas cartesianas geocêntricas entre os 6 pontos irradiados e o ponto central. O mesmo procedimento foi aplicado para um levantamento local.

2. METODOLOGIA

Inicialmente realizou-se o levantamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) dos pontos representados na figura 1. Esses pontos foram levantados no dia 14/07/2016 com um receptor TOPCOM HIPER LITE. O rastreio foi efetuado com tempo mínimo de 30 minutos.

Todos os pontos foram processados relativamente à estação RSPE da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo, cujas informações são disponibilizadas pela seção de Geodésia do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (<http://www.ibge.gov.br/home/>), instalada junto ao prédio do Instituto de Física e Matemática (IFM) da UFPEL.



Figura 1: Situação dos pontos levantados

Fonte: Elaborado pelos autores com imagem do Google Earth Pro

Para o cálculo dos componentes do desvio da vertical utilizou-se a metodologia de Procrustes, conforme manifestado na introdução e descrita em Ferreira et al. 2008. Detalhes relacionados a decomposição de Schur estão descritos em Schonemann (1996 apud FERREIRA et al., 2008). Esta decomposição foi adotada como referência para determinação das matrizes **V** e **W**, apontadas a seguir.

Na tabela 1 apresenta-se as etapas do procedimento adotado.

Tabela 1: Etapas e descrições dos procedimentos de cálculo do desvio da vertical pelo método Procrustes utilizando a decomposição de Schur.

Etapa	Descrição
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - x_E & y_1 - y_E & z_1 - z_E \\ x_2 - x_E & y_2 - y_E & z_2 - z_E \\ x_3 - x_E & y_3 - y_E & z_3 - z_E \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n - x_E & y_n - y_E & z_n - z_E \end{bmatrix}$	Obtenção da Matriz A que se refere ao sistema local.
$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_1 - X_E & Y_1 - Y_E & Z_1 - Z_E \\ X_2 - X_E & Y_2 - Y_E & Z_2 - Z_E \\ X_3 - X_E & Y_3 - Y_E & Z_3 - Z_E \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_n - X_E & Y_n - Y_E & Z_n - Z_E \end{bmatrix}$	Obtenção da Matriz B que se refere ao sistema global.

$S = \mathbf{A}^T \mathbf{B}$	Produto da multiplicação entre a transposta de \mathbf{A} e \mathbf{B} .
$V, D = \text{schur}(\mathbf{S}^T \mathbf{S})$	Decomposição de Schur aplicada ao produto $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$. Schur é o operador decomposição que resulta em autovalores e autovetores.
$W, D = \text{schur}(\mathbf{S} \mathbf{S}^T)$	Decomposição de Schur aplicada ao produto $\mathbf{S} \mathbf{S}^T$.
$R = \mathbf{W} \mathbf{V}^T$	Matriz de Rotação
$\Lambda = \text{atan} (r(3,2)) / r(3,1)$	Obtenção da longitude astronômica. $r_{(3,2)}$ =Elemento da 3º linha; 2º coluna da matriz \mathbf{R} .
$\Phi = \text{atan} \left(\frac{r(3,3)}{\left(r_{(3,1)}^2 + r^2(3,2) \right)^{0.5}} \right)$	Obtenção da latitude astronômica
$\xi = \Phi - \varphi$	Obtenção da componente meridiana.
$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi$	Obtenção da componente primeiro vertical.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O levantamento com o GNSS associado ao processamento relativo dos dados resultou nas coordenadas da tabela 2.

Tabela 2: Coordenadas geodésicas curvilíneas obtidas através de levantamento GNSS (SGR SIRGAS 2000)

Pontos	Latitude	Longitude	Altura elipsoidal (m)
1	-31° 48' 7,88124"	-52° 25' 2,47384"	23,3480
2	-31° 48' 4,75629"	-52° 25' 2,59929"	23,1512
3	-31° 48' 4,8588"	-52° 25' 0,85467"	22,8213
4	-31° 48' 8,88546"	-52° 24' 58,3587"	23,2060
5	-31° 48' 12,04131"	-52° 24' 57,9645"	23,4040
6	-31° 48' 10,46786"	-52° 25' 0,74093"	23,4243
Central	-31° 48' 8,81340"	-52° 25' 0,71113"	23,4260

As coordenadas dos pontos levantados através de levantamento trigonométrico estão apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 3: Coordenadas cartesianas relativas a um sistema cartesiano local.

Pontos	Coordenada x	Coordenada y	Coordenada z
1	1047,34897	972,4226	100,3354
2	1052,7490	876,2211	100,1239
3	1006,7980	878,3220	99,6767
4	938,0684	1000,8590	99,7626
5	925,5793	1097,8310	100,0015
6	999,9914	1051,0980	100,4210
Central	1000,0000	1000,0000	100,0000

Conforme já exposto, os componentes do desvio da vertical foram determinados utilizando-se as fórmulas do método Procrustes simples e a decomposição de Schur. Para fins de cálculos excluiu-se o ponto 6. Os componentes do desvio da vertical são apresentados na tabela 4.

Tabela 4: Componentes do desvio da vertical determinadas para o ponto Central.

ξ	η	Desvio da vertical
6' 53,4"	- 1' 52"	7' 13,16"

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos não se coadunam com os esperados. Durante o levantamento trigonométrico realizado constatou-se uma inconsistência dos dados coletados uma vez que as leituras angulares em posição direta e inversa da luneta diferiam da ordem de 1 minuto de arco. Assim, é provável que os aspectos ligados a precisão dos equipamentos utilizados sejam os principais fatores que dificultaram a determinação do desvio da vertical no ponto central do Campus Capão do Leão.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FERREIRA, V. G.. et al. Metodologias para a determinação das componentes do desvio da vertical. In: **II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**, Recife: 2008.

SCHÖNEMANN, P. H. **A generalized solution of the orthogonal procrustes problem. Psychometrika**, Vol 31- No. 1 March 1966.

SOUZA, Wendson de Oliveira; GARNÉS, Silvio Jacks dos Anjos, 2012. **Determinação dos componentes do desvio da vertical Pelo método de helmert: relacionamento entre Nivelamento de precisão com altitude elipsoidal e Mapgeo2010.** Disponível em: <https://www.ufpe.br/cgtg/SIMGE_OIV/CD/artigos/Todos_Artigos/186_3.pdf>. Acessado em: 20 Julho 2016.