

UMA METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS MULTIGRUPO MULTIRREGIÃO ESTACIONÁRIA UNIDIMENSIONAL

RODRIGO ZANETTE¹; CLAUDIO Z. PETERSEN²;
WELTON A. MENEZES³; GUSTAVO B. KURZ⁴

¹PPGMAT- UFPel – rodrigozanette@hotmail.com

²IFM - UFPel – claudiopetersen@yahoo.com.br

³CEng - UFPel – walvesm@gmail.com.br

⁴CDTec - UFPel – gustavobrk@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A cada ano que passa, o consumo de energia elétrica vem aumentando devido ao forte crescimento da automação industrial, dos inúmeros eletroeletrônicos, entre outros. Assim, se faz necessário uma ampliação da matriz energética para suprir esta necessidade. Entretanto, deve-se investir em fonte que sejam eficientes e com baixo impacto ambiental. Uma boa alternativa é a produção de energia elétrica a partir dos reatores nucleares.

Um dos principais aspectos no estudo dos reatores nucleares é a evolução da população de nêutrons, partícula esta responsável pela fissão dos núcleos atômicos. Embora possua validade limitada, a Equação de Difusão de Nêutrons Multigrupo Multirregião (EDNMM) apresenta resultados satisfatórios para cálculos globais em física de reatores. A solução da EDNMM fornece um autovalor dominante, K_{eff} , que descreve a criticalidade do reator, e sua autofunção correspondente, que descreve o fluxo de nêutrons ao longo do domínio.

Ao longo dos anos, muitos métodos numéricos, analíticos e híbridos foram desenvolvidos para solucionar a EDNMM, dentre os numéricos apresenta-se: SILVA et al. (2012) e MAIANI; MONTAGNINI (1999), e entre os analíticos e híbridos: LEMOS (2005), PETERSEN et al. (2010) e SCHRAMM (2016).

Neste trabalho propõem-se uma metodologia para a solução da EDNMM em que utiliza o Método da Potência via Fronteiras Fictícias (MPFF). A principal novidade está em dividir o domínio em sub-regiões (regiões fictícias) e, a cada iteração do Método da Potência, resolver a equação analiticamente para cada sub-região e em seguida interpolar os pontos encontrados. Por fim, utilizam-se as condições de contorno, continuidade de fluxo e densidade de corrente nas interfaces para determinar as constantes arbitrárias providas de cada região fictícia. Os resultados numéricos obtidos são comparados com os encontrados na literatura.

2. METODOLOGIA

A EDNMM é apresentada em DUDERSTADT; HAMILTON (1979), entretanto, sem perda de generalidade, simplifica-se para o caso estacionário unidimensional em geometria cartesiana e sem fonte externa:

$$-D_g^{(r)} \nabla^2 \phi_g^{(r)}(x) + \Sigma_{Rg}^{(r)} \phi_g^{(r)}(x) = \frac{1}{K_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^{(r)} \phi_{g'}^{(r)}(x) + \sum_{g'=1; g' \neq g}^G \Sigma_{sg'g}^{(r)} \phi_{g'}^{(r)}(x), \quad (1)$$

onde r são as regiões; g são os grupos de energia, $g = 1, 2, \dots, G$; $D_g^{(r)}$ é o coeficiente de difusão do grupo g na região r ; $\phi_g^{(r)}(x)$ é o fluxo escalar de nêutrons do grupo g na região r ; K_{eff} é o fator de multiplicação efetivo; $\Sigma_{Rg}^{(r)}$ é a seção de choque macroscópica de remoção do grupo g na região r ; $\Sigma_{fg}^{(r)}$ é a seção de choque macroscópica de fissão do grupo g na região r ; $\Sigma_{sg'g}^{(r)}$ é a seção de choque macroscópica de espalhamento do grupo g para g' na região r ; χ_g é o espectro integrado de fissão do grupo g de energia, ν é o número médio de nêutrons emitidos por fissão e considera-se $0 \leq x \leq L$ o domínio do problema.

O sistema de equações (1) está sujeito as condições de contorno, continuidade de fluxo e densidade corrente nas interfaces dadas, respectivamente, por:

$$\alpha \phi_g(x) + \beta \frac{d\phi_g(x)}{dx} = 0, \quad \phi_g^{(r)}(x) = \phi_g^{(r+1)}(x), \quad D_g^{(r)} \frac{d\phi_g^{(r)}(x)}{dx} = D_g^{(r+1)} \frac{d\phi_g^{(r+1)}(x)}{dx}, \quad (2)$$

onde α e β são constantes arbitrárias e simultaneamente diferentes de 0.

Este sistema (1) é um problema de autovalores e autovetores, entretanto, apenas o autovalor dominante K_{eff} e seu correspondente autovetor $\phi_g^{(r)}(x)$ possuem relevância para os cálculos globais de reatores nucleares. Propõem-se resolver este sistema utilizando o Método da Potência (DUDERSTADT; HAMILTON, 1979), porém resolvendo analiticamente as equações. Tal método procede de forma iterativa, atualizando o termo fonte a cada nova iteração até que ambos converjam.

Desta maneira, a cada nova iteração, o termo fonte é atualizar com o novo fluxo de nêutrons e novo K_{eff} . Entretanto, a expressão do fluxo de nêutrons sempre agrega um novo termo, na qual o número de termos é igual ao número de iterações. Essa expressão é uma combinação alternada de $\cosh(x)$ e $\sinh(x)$ multiplicada por uma função polinomial, conforme exemplo a seguir:

$$\phi^{(i)}(x) = c_n - c_{n+1} \cosh(\sqrt{a}x) + c_{n+2} x \sinh(\sqrt{a}x) - c_{n+3} x^2 \cosh(\sqrt{a}x) + \dots, \quad (3)$$

onde $a = \frac{\Sigma_R^{(r)}}{D}$ e c são constantes arbitrária que se atualizam a cada iteração.

A fim de manter a expressão do fluxo de nêutrons sempre de uma forma padrão, propõe-se que a cada nova iteração o fluxo seja interpolado em uma função polinomial de mesma ordem. Contudo, ao modelar problemas de grandes dimensões, no processo de interpolação, surgem matrizes quase singulares. Para superar esta singularidade, divide-se o domínio em R sub-regiões, chamadas de regiões fictícias visto que não fazem parte do problema real. Na divisão deve-se observar que as regiões fictícias não podem possuir partes de duas regiões reais.

Em seguida, considera-se que os gráficos de todas as sub-regiões possuam o domínio da primeira região fictícia, $0 \leq x \leq \frac{L}{R}$, porém permanecendo com seus parâmetros nucleares originais. Assim, podem-se interpolar os pontos para cada uma das regiões fictícias e grupos de energia.

Com a expressão do fluxo para cada região fictícia, resolve-se as Equações (1) localmente, aplicando as condições de contorno, continuidade de fluxo e

densidade corrente nas interfaces dadas em (2), acoplando a solução de todas as sub-regiões. Por fim, reconstrói-se o domínio do problema inicial, alocando a solução de cada região fictícia na sua posição original.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

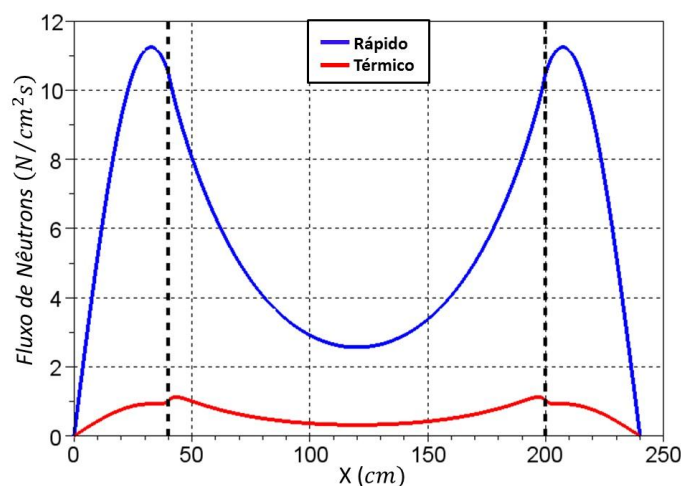
A metodologia foi implementada computacional no *software Scilab*, onde realizou-se casos testes para a comparação dos resultados. Este trabalho utiliza-se um problema *benchmark* apresentado em POLLARD (1977), na qual possui domínio $0 \leq x \leq 240\text{cm}$, com três regiões: duas combustíveis ($0 \leq x \leq 40\text{cm}$ e $200\text{cm} \leq x \leq 240\text{cm}$) e uma refletora ($40\text{cm} \leq x \leq 200\text{cm}$), dois grupos de energia: rápido ($g = 1$) e térmico ($g = 2$), sem *up-scattering* ($\Sigma_{s21} = 0$) e com os parâmetros nucleares presentes na Tabela 1.

Tabela 1 Parâmetros Nucleares

Regiões	D_1	D_2	Σ_{R1}	Σ_{R2}	$\nu\Sigma_{f1}$	$\nu\Sigma_{f2}$	Σ_{s12}
1	1.5	0.5	0.026	0.18	0.01	0.2	0.015
2	1.0	0.5	0.02	0.08	0.005	0.099	0.01
3	1.5	0.5	0.026	0.18	0.01	0.2	0.015

Para o MPFF utilizou-se interpolação polinomial de quarta ordem e $\Delta x = 0,25\text{cm}$. Os autovalores dominantes (K_{eff}) encontrados por POLLARD (1977) foi 0,90156 e por **MPFF 0,90159**, observa-se uma precisão de 4 casas, o que sugere uma ótima concordância para cálculos globais em física de reatores. O Gráfico 1 ilustra o comportamento do fluxo escalar de nêutrons ao longo do domínio, na qual percebe-se satisfação das condições de contorno e um aumento do fluxo térmico na região refletora próximo das interfaces devido a contribuição do espalhamento.

Gráfico 1 Representação do Fluxo Escalar de Nêutrons



4. CONCLUSÕES

Nos cálculos globais em física de reatores um dos principais cálculos a serem feitos é encontrar o fator de multiplicação efetivo, K_{eff} , e o fluxo escalar de nêutrons, valores que predizem com a população de nêutrons irá se comportar ao longo do processo produtivo de energia. Embora, o MPFF ter sido aplicado para problemas simples (unidimensionais), mostra-se eficiente, com fácil implementação, baixo custo computacional e ótima precisão ao comparar com os resultados da literatura. Assim, sugere que esta técnica seja promissora para solucionar problemas mais complexos em física de reatores como, por exemplo, problemas multidimensionais transientes.

Agradecimentos: Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DUDERSTADT, J. J.; HAMILTON, L. J. **Nuclear Reactor Analysis**. New York: John Wiley, 1976.

LEMOES, R. S. M. **Solução Analítica das Equações Difusivas da Teoria Geral de Perturbação pelo Método da Transformada de Laplace**. 2005. 70f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

MAIANI, M.; MONTAGNINI, B. A Boundary Element-Response Matrix Method for the Multigroup Neutron Diffusion Equations. **Annals of Nuclear Energy**, v.26, p.1341-1369, 1999.

PETERSEN, C. Z.; CEOLIN, C.; SCHRAMM, M.; VILHENA, M. T.; BODMANN, B. E. J. Solução da Equação de Difusão de Nêutrons em Geometria Retangular pela Técnica da Diagonalização de Matrizes. In: **Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia**, 31., Buenos Aires, 2010, **Anais...** v.29, p.2475-2482, 2010.

POLLARD, J. P. **AUS Diffusion Module POW Checkout - 1- and 2-Dimensional Kinetics Calculations**. Austrália: Australian Atomic Energy Commission, 1977.

SCHRAMM, M. **An algorithm to Multi-Group Two-Dimensional Neutron Diffusion Kinetics in Nuclear Reactor Cores**. 2016. 84f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

SILVA, A. C.; MARTINEZ, A. S.; GONÇALVES, A. C. Reconstruction of the Neutron Flux in a Slab Reactor. **World Journal of Nuclear Science and Technology**, v.2, p.181-186, 2012.