

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE SOLVERS PARA O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

GUILHERME PIVA DOS SANTOS¹; ALINE RIBEIRO PALIGA²; ALINE TABBARELLI³; VANESSA PASA DUTRA⁴; GERSON CAVALHEIRO⁵; EDUARDO COSTA COUTO⁶

¹Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – guilherme.piva@ufpel.edu.br

²Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – aline.paliga@ufpel.edu.br

³Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – tabarellialine@gmail.com

⁴Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) – pasa.dutra@ufrgs.br

⁵Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – gerson.cavalheiro@inf.ufpel.edu.br

⁶Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – e.c.couto@uol.com.br

1. INTRODUÇÃO

Um modelo é uma abstração matemática de um processo real (SEBORG et al., 2004). O modelo de um sistema é uma representação dos seus aspectos essenciais em uma forma utilizável (EYKHOFF, 1974). Na engenharia, os modelos podem ser físicos ou matemáticos. Um modelo físico é uma reprodução do sistema físico (usualmente em um tamanho reduzido) de tal maneira que as principais forças dominantes que atuam no sistema são representadas no modelo em correta proporção com relação ao sistema físico real (HUGHES, 1993). Um bom exemplo de modelagem física relacionada às estruturas são os ensaios em túnel de vento que permitem a simulação da ação do vento no exterior e no interior das estruturas.

Um modelo matemático é uma representação ou uma interpretação simplificada da realidade através de equações ou fórmulas matemáticas (DENN, 1986). Os modelos matemáticos podem ser analíticos ou numéricos. Os modelos analíticos utilizam equações que possuem solução analítica. Já os modelos numéricos utilizam equações ou sistemas de equações cuja solução depende de métodos numéricos. Esses métodos numéricos são complexos e trabalhosos, tornando indispensável o uso do computador. Por este motivo os modelos numéricos, muitas vezes, são chamados de modelos computacionais.

Os modelos analíticos e os modelos numéricos formam a classe dos modelos teóricos, pois ambos possuem uma representação matemática (MALISKA, 1995).

A simulação numérica ou experimentação numérica é o equivalente computacional aos ensaios de laboratório.

Diversos problemas com importância para a Engenharia podem ser modelados por meio de equações diferenciais parciais. Com exceção de alguns casos particulares, não é possível chegar uma solução analítica exata para estes problemas. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é, atualmente, o método numérico mais utilizado para obter soluções aproximadas para este tipo de problema (PEREIRA, 2003).

O MEF gera um sistema de equações lineares cuja resolução é a solução aproximada do problema em estudo. A decisão de utilizar o MEF em uma simulação numérica implica em duas escolhas importantes, a saber: (i) a técnica a ser utilizada para o armazenamento do sistema de equações e (ii) o método de solução deste sistema. Estas duas escolhas são de fundamental importância, pois o sistema de equações poderá ter dimensões em que uma técnica imprópria de armazenamento poderá ultrapassar a capacidade de memória do computador. Por outro lado, a

escolha do método de solução do sistema de equações tem relação direta com o tempo de processamento.

Este trabalho é parte de uma pesquisa que tem por objetivo otimizar um código tridimensional, baseado no MEF, que simula o processo de escavação e instalação do suporte de um túnel. Na fase atual, a otimização está restrita à escolha do método de solução do sistema de equações e à paralelização deste método.

2. METODOLOGIA

O código a ser otimizado foi escrito na linguagem FORTRAN 90. A CPU utilizada nas simulações possui processador Intel Core i3, com 3,40 GHz e 4 GB de memória RAM.

Este código é sequencial, ou seja, durante a compilação cada linha do código é lida e executada conforme sua posição dentro do programa. Além disso, este código armazena a matriz de coeficientes do sistema linear que, no MEF, é conhecida como matriz de rigidez global, pelo método *skyline*, e resolve o sistema de equações lineares por meio de um *solver*, subrotina, que elabora a resolução do sistema de equações lineares, baseado no método direto de Eliminação de Gauss.

O método de armazenamento *skyline*, armazena, em vetores de forma consecutiva, os coeficientes de cada coluna da matriz, da diagonal principal até o último termo não nulo, para cima e para baixo. Contudo, alguns termos nulos ainda permanecerão armazenados (MARTHA, 2011).

Com relação ao método de resolução de sistemas lineares empregado no *solver*, a Eliminação de Gauss está dividida em duas etapas. A primeira etapa é a triangulação da matriz a ser resolvida. A segunda etapa consiste em calcular as variáveis por meio de substituições regressivas até que o valor da primeira variável seja encontrado (DHATT, TOUZOT, 1981).

O armazenamento de todos os elementos da matriz de rigidez global aumenta o custo computacional com relação ao uso da memória. A solução de sistemas lineares por um método sequencial aumenta o tempo de execução do programa.

Então, para otimizar o tempo de execução do código, para o presente trabalho foi criado um novo *solver* que resolve o sistema linear pelo Método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionados, que é um método iterativo, com o pré-condicionador de Jacobi ou diagonal. A escolha por um método iterativo para a solução do sistema linear justifica-se pelo fato de que os métodos iterativos serem mais fáceis de paralelizar. No caso, o novo *solver* futuramente será paralelizado com a biblioteca *OpenMP* (Multi-processamento aberto). Após a troca do *solver*, o desempenho desta nova versão do código foi comparado com o desempenho da versão original.

Na continuação, o *solver* será paralelizado e, posteriormente, serão colocados em prática outros *solvers* que também resolverão o sistema linear por outros métodos iterativos. Os próximos métodos que serão estudados e implementados são: o Método dos Gradientes e o Método dos Gradientes Conjugados, além disso, os *solvers* que utilizarão estes métodos também serão paralelizados com *OpenMP*.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O código que está sendo otimizado simula o processo de escavação e instalação do suporte de um túnel. Estas tarefas são realizadas em fases que

correspondem a trechos com comprimento equivalente a um terço do raio do túnel, que neste caso o túnel tem seção circular.

O tempo medido nas simulações corresponde a uma fase. A simulação usando o método direto durou 1.300 segundos em uma fase, enquanto que a simulação usando o método iterativo durou 40.000 segundos.

Comparando os tempos verifica-se que o método iterativo não paralelizado é menos eficiente que o método direto em situação semelhante.

4. CONCLUSÃO

Pelos resultados apresentados constatou-se que o tempo gasto pelo método indireto é muito superior ao tempo gasto pelo direto, de tal forma que, mesmo paralelizando, não haverá vantagem no uso do método dos Gradientes Conjugados com pré-condicionador de Jacobi. Para atingir o objetivo de otimizar o tempo de simulação do programa será necessário recorrer a outro método iterativo que tenha convergência mais rápida.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DENN, M. M. 1986 **Process Modeling**. Harlow: Longman, 1986.
- DHATT, G.; TOUZOT, G. **Une Présentation de la Méthode de Éléments Finis**. Paris: 1981.
- EYKHOFF, P. **System Identification: Parameter and State Estimation**. London: John Wiley & Sons, 1974.
- HUGHES, S. A. **Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering**. World Scientific: Singapore, 1993.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro: LTC, 1995. 2 ed.
- MARTHA, L. F. **Análise de Estrutural: conceitos e modelos básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- PEREIRA, O. J. B. A. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos na Análise de Problemas Planos de Elasticidade**. IFT, 2003. 120p. Apostila.
- SEBORG, D. F.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process Dynamics and Control**. New York: John Wiley & Sons, 2004. 2 ed.