SEMANA INTEGRADA
ENSINO | PESQUISA | EXTENSÃO - UFPel 2015
CIC 2015
XXIV CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

ASSIMILAÇÃO DE DADOS VIA MÉTODO 3D-VAR EM DINÂMICA CAÓTICA

SIMONE MARIA STRIEDER[1]; FABRÍCIO PERA HÄRTER[2]; DANIELA BUSKE[3]; RÉGIS SPEROTTO DE QUADROS[4]

[1]*Universidade Federal de Pelotas/DMET – simonemstrieder@gmail.com*
[2]*Universidade Federal de Pelotas/DMET – fpharter@gmail.com*
[3]*Universidade Federal de Pelotas/IFM – danielabuske@gmail.com*
[4]*Universidade Federal de Pelotas/IFM – quadros99@gmail.com*

1. INTRODUÇÃO

Modelos Numéricos são conjuntos de equações diferencias parciais acopladas, portanto, dependente das condições inicias, conhecidas como análise ou análise objetiva. Na construção da análise, utilizam-se técnicas de assimilação de dados com o objetivo de combinar um campo de *background* com observações, para se obter uma análise que seja o mais fiel possível da Condição Inicial (CI) exata (desconhecida). Atualmente, utilizam-se como *background* ou *informação a priori* previsões numéricas de curto prazo. Estas previsões são imperfeitas devido a imperfeição do método numérico que aproxima as equações diferenciais por equações de diferenças finitas, resolução da grade, dificuldade em representar os termos não-lineares das equações do modelo, e ainda, o erro de truncamento em modelos espectrais. As observações também apresentam erros de diferentes causas, dentre as quais, a limitação de precisão dos instrumentos.

Assimilação de Dados é um procedimento no qual se combina previsão de curto prazo com observações para a construção da análise, considerando-se o conhecimento da estatística dos erros de previsão e observação. O estado da arte em assimilação de dados são os métodos Variacionais Tri-dimensionais (3D-Var) e Quadri-dimensionais (4D-Var) e filtro de Kalman (KF) com suas variantes (Kalnay, 2003).

Todavia, mesmo que os modelos fossem perfeitos e as observações exatas, a natureza caótica do sistema impediria que a previsão fosse exata. Além disso, a assimilação de dados em modelos atmosféricos tem a dificuldade associada ao número de graus de liberdade dos modelos ($\sim 10^7$). Contudo, simplificações nos métodos associados a alta dimensão do sistema tornam-se menos importantes, à medida que a capacidade computacional aumenta.

O modelo proposto por Lorenz (1963), devido a sua simplicidade matemática e sua similaridade com padrões atmosféricos, tem sido amplamente aplicado para estudos de técnicas de assimilação de dados. Hayden et al (2011) destacam a desejável característica de rápida convergência do algoritmo 3D-Var em aplicações ao modelo de Lorenz tanto para o caso discreto como para o caso contínuo.

Law et al. (2013) estudaram o a performance do 3D-Var no *Lorenz'63 Model* e concluíram que a metodologia de *variance inflation* tende a estabilizar o filtro, promovendo a convergência do algoritmo de minimização e precisão na correção da trajetória do modelo.

O objetivo deste trabalho é avaliar o método 3D-Var no contexto de assimilação de dados em dinâmica não-lienar no caso de restrição forte. Especificamente, avalia-se a sensibilidade do 3D-Var ao número de interações durante o processo de minimização da função custo pelo método Gradiente Descendente, ao nível de ruído nas CI do modelo e a quantidade de observações assimiladas.

2. METODOLOGIA

Lorenz (1963), mais interessando na natureza não periódica das soluções do modelo de Saltzman (1962) do que no problema convectivo, expandiu as variáveis de estado do modelo em série de Fourier e, retendo apenas os termos de baixa ordem, obteve o seguinte sistema acoplado de três equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-linear

$$\frac{dX}{d\tau} = -\sigma(X - Y); \quad \frac{dY}{d\tau} = rX - Y - XZ; \quad \frac{dZ}{d\tau} = XY - bZ;$$

onde $\tau = \pi H^{-2}(1 + f^2)kt$ é o tempo adimensional, com *H, f, k* e *t* sendo respectivamente altura (ou profundidade) da camada, número de onda, condutividade térmica e tempo. $\sigma = k^{-1}\upsilon$ é o número de Prandtl, uma quantidade adimensional que depende da natureza do fluido e, em menor extensão, de sua temperatura; υ é a viscosidade cinemática do fluido. O parâmetro $r = \frac{R}{R_c}$ é o número de Rayleigh (representa a diferença de temperatura entre as superfícies), com $R = g\alpha H^3 \delta T \upsilon^{-1} k^{-1}$, sendo $R_c = \pi_4 f^{-2}(1 + f^2)^3$, onde *g* é a aceleração da gravidade e R_c é o número de Rayleigh crítico. O mínimo valor de R_c é $27\frac{\pi^4}{4}$, ocorrendo quando $f^2 = 0,5$.

Nas equações do sistema de Lorenz, *X* é proporcional a intensidade do movimento convectivo, *Y* é proporcional a diferença de temperatura entre as correntes ascendentes e descendentes do fluido. Sinais similares de *X* e *Y* significa que o fluido quente esta em movimento ascendente e o fluido frio em movimento descendente. A variável *Z* é proporcional a perturbação do perfil de temperatura vertical, sendo que os valores positivos indicam forte gradiente próximo a fronteira.

No método 3D-Var é definida uma função custo, proporcional ao quadrado da distância entre a análise e o *background* e entre a análise e as observações. O mínimo desta função (equação abaixo) é a análise.

$$J_o(W) = \frac{1}{2}\{[y_o - H(W)]^T \mathbf{R}^{-1}[y_o - H(W)] + (W - W_b)^T \mathbf{B}^{-1}(W - W_b)\}$$

onde $W = W(X, Y, Z)$ é a matriz de estados, W_b é o campo de *background* (integração curta do modelo ou climatologia), y_0 é o vetor de observações, H é o operador de observação (projeta a matriz de estado no espaço do vetor de observações), B é a matriz de covariância dos erros de estimativa e R é a matriz de covariância dos erros de observação.

A função custo J, mede: distância entre o campo W e as observações (primeiro termo) e distância entre a verdade e o *background*.

O mínimo de J é obtido para $W = W_a$, ou seja, a análise. A minimização é realizada através de processos iterativos por algoritmos como *steepest descent* (gradiente descendente), como:

$$W_0^{f,i+1} = W_0^{f,n} - \alpha \nabla J(W_0^{f,n}),$$

onde *i* é o número de iterações e ∇J é o gradiente da função custo em relação ao estado inicial $W_0^{f,i}$. Se a iteração converge, $W_0^{f,i}$ aproxima-se do estado inicial $W_0^{f,\infty}$, que satisfaz *J = min(J)*.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o propósito de avaliar o método de assimilação proposto, foram conduzidos 4 experimentos, neste trabalho, será apresentado apenas 1. No experimento mostra-se o comportamento do sistema ao se inserir 10% de ruído nas condições iniciais do modelo em estado caótico e não-linear, Experimento 1 (EXP1).

3.1 EXPERIMENTO 1 – (EXP1)

No seminal trabalho de Lorenz (Lorenz, 1963), foi demonstrado que para σ=10 e b=8/3 o número de Rayleigh crítico é R_c=24,74. Isto significa que para r > 24,74 o sistema de Lorenz é caótico e para r ≤ 24,74 o sistema é não-linear. No regime caótica a trajetória do sistema é altamente sensível as condições inicias. A Figura (1a) ilustra a integração da componente X do modelo por 500 passos de tempo (5 unidades de tempo adimensionais) em regime não-linear (σ=10, b=8/3, r =10), com as seguintes CI: X = 1,0; Y = 3.0 e Z = 5.0 (linha contínua) e X = 1,1; Y = 3.3 e Z = 5.5 (linha tracejada). O mesmo é refeito para a integração do modelo em regime caótico (σ=10, b=8/3, r=32).

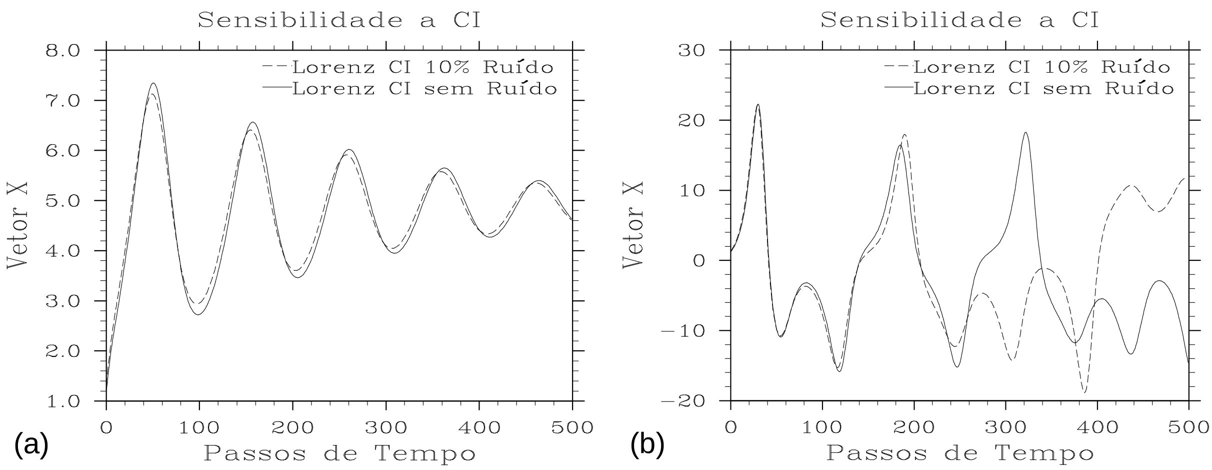

Figura 1: Sistema de Lorenz em (a) regime não-linear, (b) regime caótico. Na integração representada pelas linhas tracejadas adicionou-se 10% de ruído nas CI.

O EXP1 mostra a sensibilidade de modelo em regime caótico a pequenas variações na CI, o que não ocorre quando o regime é não linear. O mesmo ocorre com as componentes Y e Z, não apresentadas neste texto. Para r = 32, o sistema de Lorenz deve ter o comportamento similar a atmosfera terrestre. Portanto, este experimento mostra claramente a necessidade de se escolher a CI mais precisa possível para a Previsão Numérica de Tempo (PNT), ou seja, este experimento ilustra a importância da assimilação de dados para a PNT.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho, testou-se o método 3D-Var aplicado a assimilação de dados sintéticos no modelo de Lorenz, em regime caótico. Este modelo, apesar de matematicamente simples, possui similaridade com padrões atmosféricos. Através dos experimentos realizados, adquire-se conhecimento sobre a aplicabilidade do método variacional ao problema proposto, bem com suas limitações, o que é difícil num modelo completo de equações primitivas.

Mostrou-se que a adição de 10% de ruído nas CI do modelo, para σ=32 (número de Rayleigh associado a regime caótico), leva a perda de previsibilidade, o que não ocorre para regimes não-lineares. Este experimento mostra a importância da Assimilação de Dados para a previsão de tempo.

Agradecimentos: Os autores deste trabalho agradecem a instituição Fapergs pelo incentivo financeiro prestrado.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kalnay, E. 2003. ***Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability***. Cambridge. Cambridge University Press. 369 p.

Lorenz, E. 1963. *Deterministic Nonperiodic Flow*. **Journal of the Atmospheric Sciences**, 20 (2): 130 – 141.

Hayden, K; Olson, E.& Titi, E. 2011. ***Discrete data assimilation in the Lorenz and 2D Navier****–Stokes equations.* Physica D, 240: 1416-1425.

Law, K.; Shukla, A. & Stuart, A. 2013. ***Analysis of the 3DVAR Filter for the Partially Observed Lorenz '63 Model*****.**

Saltzman, B. 1962. *Finite Amplitude Free Convection as an Initial Value Problem*. **Journal of the Atmospheric Sciences,** 19: 329 – 341.