

Modelagem da Tomografia Quântica via VPE-qGM

Julio Machado¹, Lucas Agostini², Anderson Avila³,
Renata Reiser⁴ e Maurício Pilla⁵

¹Universidade Federal de Pelotas – jmdsneto@inf.ufpel.edu.br

²Universidade Federal de Pelotas – lbagostini@inf.ufpel.edu.br

³Universidade Federal de Pelotas – abdavila@inf.ufpel.edu.br

⁴Universidade Federal de Pelotas – reiser@inf.ufpel.edu.br

⁵Universidade Federal de Pelotas – pilla@inf.ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

A Lógica Fuzzy (LF) e a Computação Quântica (CQ) são importantes áreas de pesquisa que buscam colaborar na descrição de duas formas de incerteza. A primeira, refere-se à modelagem e expressão do nosso raciocínio, enquanto que a segunda se reporta aos fenômenos do mundo real de acordo com as leis da Mecânica Quântica (MQ) (Nielsen; Chuang, 2000).

O uso de propriedades da MQ na computação introduz uma mudança de paradigma para noções, métodos e dispositivos computacionais. A CQ consolida-se como uma opção na solução de problemas específicos em Matemática e Ciência da Computação (como fatoração de inteiros e sistemas de resolução de equações lineares) desde que algoritmos quânticos (AQs), nestes e em tantos outros específicos casos, mostram-se exponencialmente mais rápidos do que correspondentes algoritmos clássicos. Tais problemas incluem na área de IA da Computação e em especial a modelagem do comportamento emocional de agentes, como potencial alternativa para resolver problemas complexos.

Desta proposta comum da LF e CQ, surgem similaridades e correlações ressaltadas em diversos trabalhos científicos. A CQ prevê que AQs podem ser mais eficientes do que seus análogos clássicos. Considerando essa afirmação e a possibilidade de representação de operações sobre conjuntos fuzzy a partir de operadores quânticos, este estudo está inserido na proposta de investigar sistemas fuzzy modelados via CQ. Assim, a estruturação lógica que descreve a incerteza associada à teoria dos conjuntos fuzzy pode ser modelada a partir de transformações e estados quânticos (Maron et al., 2013b) (Maron et al., 2013a) (Raghuvanshi; Perkowski, 2010) (Nielsen; Chuang, 2000).

Em (Maron et al., 2013a), as principais portas fuzzy vem sendo simuladas por processos e estados no VPE-qGM (Visual Programming Environment for the Quantum Geometric Machine Model) (Maron et al., 2013a, Maron et al., 2013b) enquanto que os resultados apresentados em (Maron et al., 2013b), são obtidos considerando o tradicional modelo de Circuitos Quânticos (CQ) (Nielsen; Chuang, 2000).

O objetivo deste trabalho é utilizar as potencialidades do simulador quântico VPEqGM para interpretação de emoções associadas a agentes, já incluindo um estudo introdutório da intensidade destas emoções via aplicação da técnica simplificada de tomografia quântica a qual está definida a partir da aplicação do operador V , denominado raiz quadrada do NOT ($V^2 = \text{NOT}$) ou raiz quadrada não-hermitiana.

2. METODOLOGIA

A CQ considera o qubit (quantum bit) como unidade básica de informação, constituindo um sistema quântico básico, com espaço de estados bidimensional, definindo por um estado genérico, o qual, na notação de Dirac, é representado pela expressão: $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$. Os coeficientes α e β são números complexos

correspondentes às probabilidades dos respectivos estados, respeitando a condição de normalização $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, e garantindo que o vetor de estado do sistema, representado por $(\alpha, \beta)^T$, seja unitário. As probabilidades associadas aos estados permitem que o sistema represente simultaneamente vários estados, configurando um estado de superposição quântica, característica que origina o fenômeno do paralelismo quântico explorado neste trabalho. A mudança de estado em um sistema quântico pode ser descrita por uma transformação unitária (incluindo portas controladas), manipulando as probabilidades associadas aos estados. Neste caso, seja $j = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária, a transformação associada a porta quântica básica (V) é dada pela expressão matricial:

$$V = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+j & -1+j \\ -1+j & 1+j \end{pmatrix} \quad (1)$$

Assim, pela Eq. (1) aplicada a $|\psi\rangle$, obtém-se que:

$$\begin{aligned} V|\psi\rangle &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+j & -1+j \\ -1+j & 1+j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} ((\alpha - \beta) + (\alpha + \beta)j) |0\rangle + ((-\alpha + \beta) + (\alpha + \beta)j) |1\rangle. \end{aligned}$$

$$\text{Assim, } V|0\rangle = \frac{1}{2}(1+j)|0\rangle + \frac{1}{2}(-1+j)|1\rangle \text{ e } V|1\rangle = \frac{1}{2}(-1+j)|0\rangle + \frac{1}{2}(1+j)|1\rangle.$$

As aplicações quânticas são obtidas por sincronizações e composições de um conjunto universal de portas quânticas (H, S, T, CNOT) aplicadas sobre o espaço de estados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O algoritmo Pais/Filho modela a mudança de humor de um filho a partir do nível de atividade de seus pais. Se ambos foram ativos o filho também será, mas caso apenas um dos pais for ativo, o filho estará no estado “meio feliz e meio infeliz”, modelado pelo qubit $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Neste caso, o tipo de emoção é modelado pelo ângulo de fase do qubit e está representado geometricamente por meridianos, e a intensidade da emoção como uma projeção, representada por um ponto entre os polos norte e sul, $|0\rangle$ e $|1\rangle$ respectivamente, na Esfera de Bloch. Na Figura 3, das oito tipos de emoções as nuances da cor amarelo, indicando um tipo de humor em diferentes intensidades: serenidade, alegria ou êxtase. O algoritmo Pais/Filhos foi introduzido em (Raghuvanshi; Perkowski, 2010) baseado no modelo CQ e consistindo na composição sequencial entre os operadores:

- (i) $Control(V)_{2,3}$, que executa o operador V no terceiro qubit quando o segundo qubit estiver no estado clássico $|1\rangle$;
- $Control(V)_{1,3}$, executando o operador V no terceiro quando o segundo qubit estiver no estado clássico $|1\rangle$;

Ambos operadores determinando uma forma trivial de modelagem da tomografia quântica (Nielsen; Chuang, 2000). Visualise o correspondente circuito, obtido pela interface do QCEdit, editor de circuitos quânticos integrado ao VPE-

qGM:

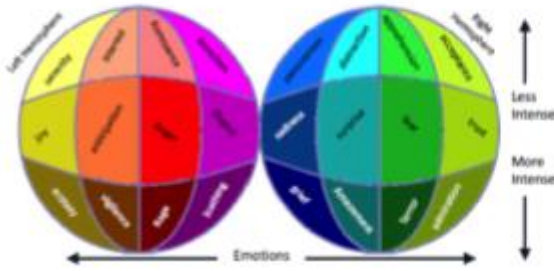


Figura 1. Meridianos da Esfera de Boch.

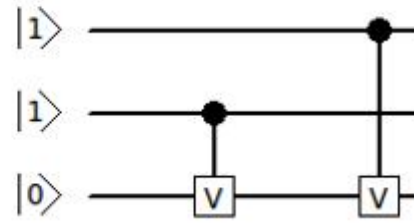


Figura 2. Visualização no QCedit.

Neste caso, considerando que a atividade emocional está ativa em $|1\rangle$, tem-se que:

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|000\rangle) = |000\rangle; \quad (2)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|001\rangle) = |001\rangle; \quad (3)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|111\rangle) = -|111\rangle; \quad (4)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|010\rangle) = \frac{1}{2}(1+j)|001\rangle + \frac{1}{2}(-1+j)|011\rangle; \quad (5)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|011\rangle) = \frac{1}{2}(-1+j)|001\rangle + \frac{1}{2}(1+j)|011\rangle; \quad (6)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|100\rangle) = \frac{1}{2}(1+j)|100\rangle + \frac{1}{2}(-1+j)|101\rangle; \quad (7)$$

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|101\rangle) = \frac{1}{2}(-1+j)|100\rangle + \frac{1}{2}(1+j)|101\rangle; \quad (8)$$

Assim, nas Eqs.(2), (3) e (4) a medida do terceiro qubit retorna o mesmo estado inicial, com probabilidade $p = 1$. Nestes casos, o humor do filho não se altera também. Nas Eqs. de (4) a (8) a medida do terceiro qubit (em $|0\rangle$ ou $|1\rangle$) retorna sempre um estado em superposição com probabilidade $p = 0.5$. E ainda, verifica-se facilmente que na Eq.(9) dada a seguir, a atitude ativa dos pais resulta numa troca de comportamento emocional do filho, passando de uma atitude inativa para ativa.

$$Control(V)_{1,3}(Control(V)_{2,3}|110\rangle) = Control(V)_{1,3}\left(\frac{(1+j)}{2}|110\rangle + \frac{(-1+j)}{2}|111\rangle\right) = -|111\rangle \quad (9)$$

O ambiente VPE-qGM provê suporte a modelagem e simulação gráfica de algoritmos da CQ. Esse ambiente considera as abstrações do modelo qGM como semântica para interpretação de operações quânticas, diferenciando-o dos simuladores gráficos fundamentados no modelo de CQs. As três principais interfaces gráficas são: (i) Editor de Processos Quânticos (qPE) para modelagem das aplicações quânticas; (ii) Editor de Memórias Quânticas (qME): para configuração de estruturas de memória a partir de dados de entrada; e (iii) o Simulador Quântico (qS). Na Figura 3, apresentam-se as representações gráficas dos processos $Control(V)_{2,3}$ e $Control(V)_{1,3}$ obtidas no qPE. E, ao lado os correspondentes estados resultantes da execução da simulação de cada

processo, incluindo o estado final após operação de medida, obtidos no qME. Observe que estes estados correspondem às expressões nas Eq.(8) e (9).



Figura 3. Resultados na modelagem e implementação no VPE-qGM do AQ Pais/Filho.

4. CONCLUSÕES

A próxima etapa prevê o uso de conectivos fuzzy na modelagem do comportamento emocional de agentes e o desenvolvimento de aplicações multidimensionais, usando o editor VPE-qGM.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- MARON, A., VISINTIN, L., REISER, R., AND ABEIJON, A. Fuzzy computing from quantum computing case study in reichenbach implication class. **Mathware Soft Computing**. Granada, Espanha. n.20, p. 86–114, out. 2013c
- MARON, A., REISER, R., PILLA, M., AND YAMIN, A. Expanding the vpe-qgm environment towards a parallel quantum simulation of quantum processes using gpus. **CLEI**. Arequipa, Peru. n. 16, p. 1–19, jul. 2013b.
- NIELSEN, M. A. AND CHUANG, I. L. **Quantum Computation and Quantum Information**. Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press, 2000.
- RAGHUVANSHI, A. AND PERKOWSKI, M. Fuzzy quantum circuits to model emotional behaviors of humanoid robots. In: Congress on Evolutionary Computation, 12., 2010, Barcelona, Espanha. **Anais...** Barcelona, Espanha: IEEE, 2010.