

## **IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE NÊUTRONS VIA SÉRIES DE POTÊNCIA EM LINGUAGEM C**

JOÃO MATEUS MARÃO DOMINGUES<sup>1</sup>; GUSTAVO BRAZ KURZ<sup>2</sup>; CLAUDIO ZEN PETERSEN<sup>3</sup>

*<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – UFPel – jmmarao@gmail.com*

*<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – UFPel – gbkurz@inf.ufpel.edu.br*

*<sup>3</sup>Universidade Federal de Pelotas – UFPel – claudiopetersen@yahoo.com.br*

### **1. Introdução**

O monitoramento de reatores nucleares ocorre devido ao controle da população de nêutrons, que corresponde ao número total de nêutrons presentes no reator em certo instante. Os nêutrons são produzidos e absorvidos, mantendo um equilíbrio interno e consequentemente uma reação em cadeia controlada.

Para controlar esta população existem dois modelos matemáticos: o de transporte e o da difusão. Que consistem no espaço, energia e tempo em função da população atômica, porém o primeiro apresenta dependência angular.

O comportamento da variação do fluxo escalar de nêutrons é modelado pelas equações de cinética, que são baseadas no afastamento do ponto de equilíbrio, ou criticalidade, devido à variação temporal em baixa escala.

Um método para a determinação desta variação temporal e da potência do reator é a solução das equações da cinética pontual de nêutrons, onde assumem total separabilidade no tempo e no espaço. Recentemente essas equações foram resolvidas por TUMELERO; FERNANDA (2015).

O vigente trabalho tem como objetivo implementar a solução das equações cinéticas pontual de nêutrons via séries de potência em linguagem C, visando a minimização de custo computacional e uma melhor precisão nos resultados. Para isso considera-se um modelo a seis grupos de precursores de nêutrons atrasados para duas reatividades do tipo: rampa e senoidal. Os resultados obtidos e o tempo computacional são comparados com TUMELERO; FERNANDA (2015).

### **2. Metodologia**

Segundo DUDERSTADT; (1976) e LEWIS (2008) as equações de cinética pontual de nêutrons são dadas por:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t)\end{aligned}\quad (1)$$

onde  $i = 1, 2, \dots, M$  (com  $M$  sendo o nº de precursores). Considerando:

$$\begin{aligned}n(0) &= 1 \\ C_i(0) &= \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda}, \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}\quad (2)$$

onde  $n(t)$  é a densidade de nêutrons,  $\rho$  é a reatividade,  $\beta$  é a fração total de nêutrons atrasados,  $\Lambda$  é o tempo médio de geração de nêutrons,  $\lambda_i$  é a constante de decaimento no grupo  $i$  de precursores,  $\beta_i$  é a fração de nêutrons atrasados no grupo  $i$  de precursores e  $C_i$  é a concentração de nêutrons atrasados no grupo  $i$  de precursores.

A ideia é encontrar uma solução para o sistema (1) em forma de séries de potências em torno de um ponto ordinário  $t_0$ , procurando uma solução da forma:

$$\begin{aligned}n(t) &= a_0 + a_1(t - t_0) + \dots + a_n(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t - t_0)^n \\ C_i(t) &= b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) + \dots + b_{i,n}(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_{i,n}(t - t_0)^n\end{aligned}\quad (3)$$

Substituindo (3) e sua derivada em (1) chega-se na relação de recorrência, que na forma explícita é expressa por:

$$a_{n+1} = \frac{\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} a_n + \lambda b_{i,n}}{(n+1)}; \quad b_{i,n+1} = \frac{\frac{\beta}{\Lambda} a_n - \lambda b_{i,n}}{(n+1)}\quad (4)$$

Através das condições iniciais pode-se determinar  $a_0$  e  $b_0$  iniciando a geração dos  $a_n$  e  $b_n$ . Primeiramente procuram-se soluções em séries em torno de um ponto  $t_0$  num intervalo  $I_0 = [0, 2\Delta t]$ , onde  $\Delta t = t_0$  é o passo de tempo escolhido. Admitindo  $\rho(t) = \rho$  e que a densidade de nêutrons e a concentração de precursores são uma aproximação linear local em torno de  $t_0$  para  $I_0$ , tem-se que a série (3) torna-se:

$$\begin{aligned}n(t) &\cong a_0 + a_1(t - t_0) \\ C_i(t) &\cong b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0)\end{aligned}\quad (5)$$

Agora, utilizando a mesma ideia para todos os intervalos  $I_n = [2n(\Delta t), 2n + 2(\Delta t)]$  para  $n=0,1,2,\dots$ , é possível encontrar a solução para todos os intervalos  $I_{n+1}$  em torno de  $t_0$  pertencente a esse intervalo tomando como condição inicial a solução no intervalo anterior  $I_n$  em  $t = (n+2)\Delta t$  para  $n=0,1,2,\dots$ , ou seja, fazendo uso da continuação analítica.

O presente trabalho optou por resolver o problema em linguagem C, enquanto em TUMELERO; FERNANDA (2015) foi resolvido em Scilab. Ambos os algoritmos foram rodados no mesmo computador para fins de comparação da precisão da solução e tempo computacional. Também cabe ressaltar que o sistema linear resultante da aplicação do método de séries de potências foi resolvido via Gauss-Seidel, possibilitando um melhor controle no erro.

### 3. Resultados e Discussão

A partir dos parâmetros encontrados em TUMELERO; FERNANDA (2015) e do algoritmo em C do respectivo trabalho, é possível estabelecer uma comparação a cerca do tempo computacional. Os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Comparação do tempo computacional entre o algoritmo rodado em Scilab e linguagem C. Reatividade do tipo rampa e senoidal, respectivamente.

Reatividade	t(s)	Tempo computacional (s)		Ganho computacional (vezes mais rápido)
		Scilab (s)	Linguagem C (s)	
$\rho = 0,1 \times 0,007 \times t$		dt=0,001	dt=0,001	
	2	0,5	0,031	16,12903226
	4	1,062	0,053	20,03773585
	6	1,5	0,047	31,91489362
	8	1,984	0,047	42,21276596
	10	2,453	0,062	39,56451613
	11	2,688	0,063	42,66666667
$\rho = 0,00073 \times \sin t$		dt=0,0001	dt=0,0001	-
	1	4,474	0,286	15,64335664
	2	6,98	0,266	26,2406015
	3	9,172	0,295	31,09152542
	4	12,368	0,331	37,36555891
	5	17,119	0,321	53,33021807
	6	15,698	0,414	37,9178744
	7	18,761	0,403	46,55334988
	8	21,203	0,406	52,22413793
	9	24,007	0,437	54,93592677
	10	26,72	0,483	55,32091097

Na Tabela 2 é apresentada o desvio relativo entre a densidade de nêutrons encontrados no Scilab e em linguagem em C.

Tabela 2 - Desvio relativo entre a densidade de nêutrons encontrada em Scilab e na linguagem C. Reatividade do tipo rampa e senoidal, respectivamente.

Reatividade	t(s)	Densidade de nêutrons (cm <sup>-3</sup> )		
		Scilab	Linguagem C	Desvio relativo
$\rho = 0,1 \times 0,007 \times t$	2	1,3382	1,3382000036	0,00000000269
	4	2,2284417	2,2284417067	0,00000000301
	6	5,5820514	5,5820511034	0,00000005313
	8	42,786266	42,7862568428	0,00000021402
	10	451.210,98	451.210,906348517	0,00000016323
	11	18,036077*10 <sup>15</sup>	18.036.074.163.625.4	-
$\rho = 0,00073 \times \sin t$	1	1,239405	1,239405069	0,00000005567
	2	1,1688896	1,1688895885	0,00000000984
	3	1,0744847	1,074484702	0,00000000186
	4	0,9538293	0,9538293194	0,00000002034
	5	0,9073535	0,9073535116	0,00000001278
	6	0,9615396	0,961539596	0,00000000416
	7	1,0874589	1,0874589032	0,00000000294
	8	1,1716713	1,1716712718	0,00000002407
	9	1,1113044	1,1113044365	0,00000003284
	10	0,9846803	0,9846803534	0,00000005423

#### 4. Conclusões

Segundo as análises dos resultados obtidos é permissível inferir que a medida que a solução do problema avança no tempo o ganho computacional utilizando C vai aumentando chegando a um ganho máximo de 55 vezes para o tempo de 10 segundos. Também é possível notar que os resultados obtidos em C reproduzem maior número de casas de precisão.

Acredita-se que o aumento do ganho computacional e da precisão foi devido à modificação da linguagem de implementação da solução. A linguagem em C foi responsável tanto pelo aumento do ganho computacional, quanto pelo aumento da precisão, já que sua linguagem é compilada ao invés de interpretada.

#### 5. Referências

DUDERSTADT, J.J.; HAMILTON, L.J. Nuclear Reactor Analysis. New York: Wiley, 1976.

LEWIS, E.E. Fundamentals of Nuclear Reactor Physics. Burlington: Academic Press, 2008.

TUMELERO, Fernanda. Solução das equações da cinética pontual de nêutrons com e sem retroalimentação de temperatura pelo método da aproximação polinomial (RS). 2015. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2015.